

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

1

Stochastik (Wahrscheinlichkeit)

Grundbegriffe der Stochastik

Urliste Ungeordnete Zusammenstellung der beobachteten Ergebnisse *Ausgaben in der Woche:*
(12 €, 24 €, 2 €, 110 €, 17 €)

Rangliste Nach Größe geordnete Urliste *Ausgaben in der Woche:*
(2 €, 12 €, 17 €, 24 €, 110 €)

Strichliste Auflistung der Ergebnisse in einer Strichliste

Münzwurf

Zahl		
Wappen		I

Häufigkeitsliste

Absolute Häufigkeit = wie oft ein Ergebnis aufgetreten ist

Relative Häufigkeit = $\frac{\text{absolute Häufigkeit eines Wertes}}{\text{Gesamtzahl aller Werte}}$

Ergebnis	abs. H.	rel. H.
Zahl	9	$\frac{9}{20} = 45\%$
Wappen	11	$\frac{11}{20} = 55\%$

Statistische Kennwerte

Mittelwert (Arithmetisches Mittel)

$$\mathbf{m} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Werte addieren
und durch die Anzahl der Werte dividieren

Zentralwert (Median)

wenn Anzahl der Werte ungerade \longrightarrow Wert ist genau in der Mitte
(1,2,6,14,20)

wenn Anzahl der Werte gerade \longrightarrow Durchschnitt der beiden mittleren
Werte bilden (1,2,6,14,19, 20)
 $\frac{6+14}{2} = \frac{20}{2} = \underline{\underline{10}}$

Häufigster Wert (Modalwert) Am häufigsten vorkommender Wert einer Liste
(Es kann mehrere Modalwerte geben)

Minimalwert (Min) Kleinster Wert der Liste

Maximalwert (Max) Größter Wert der Liste

Spannweite d Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

2

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Laplace-Versuche sind Versuche, bei denen alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind.

$P(E)$ bedeutet „Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ereignis eintritt“

$$P(\text{Ereignis}) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Die Wahrscheinlichkeit mit einem Würfel das Ereignis „Zahl 3“ zu würfeln:

$$P(\text{Zahl 3}) = \frac{1}{6} \approx 16,7 \%$$



$P(\bar{E})$ bedeutet „Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Gegenereignis eintritt“

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

Die Wahrscheinlichkeit, mit einem Würfel das Ereignis „Zahl 3“ nicht zu würfeln:

$$P(\text{Nicht Zahl 3}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \approx 83,3 \%$$

Spezielle Ereignisse

Unmögliche Ereignisse Ein Ereignis, das bei keinem Versuch auftreten kann
(Bsp: Würfeln einer Augenzahl größer als 6)

Sicheres Ereignis Ein Ereignis, das bei jedem Versuch auftritt
(Bsp: Würfeln einer Augenzahl von 1 bis 6)

Mehrstufige Zufallsversuche

Wird ein Zufallsversuch zweifach (mehrfach) ausgeführt, spricht man von einem zweistufigen (mehrstufigen) Zufallsversuch.

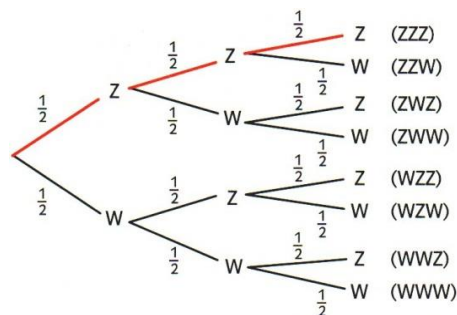
Dreistufiger Zufallsversuch:

Die Wahrscheinlichkeit, mit einer Münze dreimal Zahl zu werfen: $P(ZZZ)$

Darstellung als Baumdiagramm:

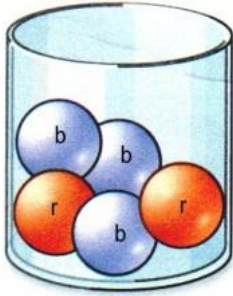
Produktregel (Pfadregel):

$$P(ZZZ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

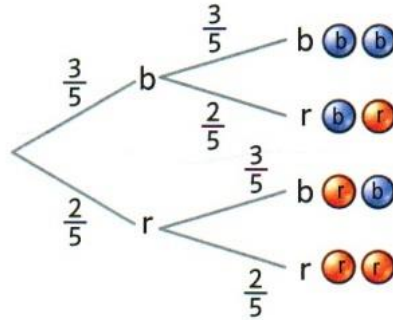


MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

Ziehen von Kugeln

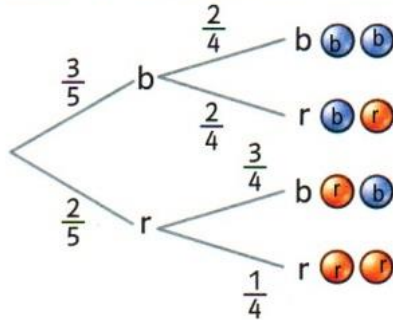


Die gezogene Kugel wird zurückgelegt:



$$P(bb) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = 36\%$$

Die gezogene Kugel wird nicht zurückgelegt:



$$P(bb) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = 30\%$$

Vierfeldertafel

Wird eine Menge nach zwei verschiedenen Merkmalen mit je zwei Ausprägungen sortiert, kann man die Anteile in einer Vierfeldertafel übersichtlich darstellen.

	F	\bar{F}	Σ
M	576	24	600
\bar{M}	180	20	200
Σ	756	44	800

- F = Fußballspieler
- \bar{F} = Keine Fußballspieler
- M = Männlich
- \bar{M} = Weiblich
- Σ = Summe

Zehnerpotenzen

Vielfache von Einheiten

Vorsilbe	Deka (da)	Hekto (h)	Kilo (k)	Mega (M)	Giga (G)	Tera (T)
$10^0 = 1$	$10^1 = 10$	$10^2 = 100$	$10^3 = 1000$	10^6	10^9	10^{12}

Bruchteile von Einheiten

Vorsilbe	Dezi (d)	Zenti (c)	Milli (m)	Mikro (μ)	Nano (n)	Piko (ρ)
	$10^{-1} = 0,1$	$10^{-2} = 0,01$	$10^{-3} = 0,001$	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

4

Potenzen

<p>Diagram illustrating the components of a power expression: $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Labels include Basis (2), Exponent (4), Potenz (the whole expression), and Potenzwert (16).</p>	<p>Potenzgesetze</p> <p>Gleiche Basis $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$</p> <p>$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$</p> <p>Gleiche Exponenten $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2$</p> <p>$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $\frac{4^3}{2^3} = \left(\frac{4}{2}\right)^3 = 2^3$</p> <p>Potenzieren von Potenzen $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$</p>
<p>Besonderheiten</p> <p>$a^0 = 1$ $4^0 = 1$</p> <p>$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$</p> <p>$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ ($a, b \neq 0$)</p>	

Wurzeln

<p>Diagram illustrating the components of a square root expression: $a \sqrt{b} = c$. Labels include Wurzelexponent (a), Wurzelzeichen (the root symbol), Radikand (b), and Wurzelwert (c).</p>	<p>Quadratwurzel (oder Wurzel)</p> <p>$\sqrt{a} = b$ Die Quadratwurzel aus einer positiven Zahl a ist b, wenn gilt: $b \cdot b = a$ $(\sqrt{25} = 5, \text{ weil } 5 \cdot 5 = 25)$</p> <p>Kubikwurzel (oder dritte Wurzel)</p> <p>$\sqrt[3]{a} = b$ Die Kubikwurzel aus einer positiven Zahl a ist b, wenn gilt: $b \cdot b \cdot b = a$ $(\sqrt[3]{8} = 2, \text{ weil } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8)$</p> <p>Vierte Wurzel</p> <p>$\sqrt[4]{a} = b$ Die vierte Wurzel aus einer positiven Zahl a ist b, wenn gilt: $b \cdot b \cdot b \cdot b = a$ $(\sqrt[4]{81} = 3, \text{ weil } 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81)$</p> <p>n-te Wurzel</p> <p>$\sqrt[n]{a} = b$ Die n-te Wurzel aus einer positiven Zahl a ist b, wenn gilt: $b^n = a$</p>
<p>Besonderheiten</p> <p>Man kann Wurzeln auch als Potenzen mit Brüchen als Exponenten schreiben:</p> <p>$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt{9} = 9^{\frac{1}{2}}$</p> <p>$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ $\sqrt{9^4} = 9^{\frac{4}{2}} = 9^2$</p> <p>$\sqrt[n]{a^n} = a$ $\sqrt[4]{7^4} = 7$</p> <p>($a \geq 0, n > 0$)</p>	

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

5

Wachstum

Lineares Wachstum

Herr Maier verdient im ersten Jahr pro Monat 1000 € und erhält pro Jahr eine Gehaltszulage von 100 €.

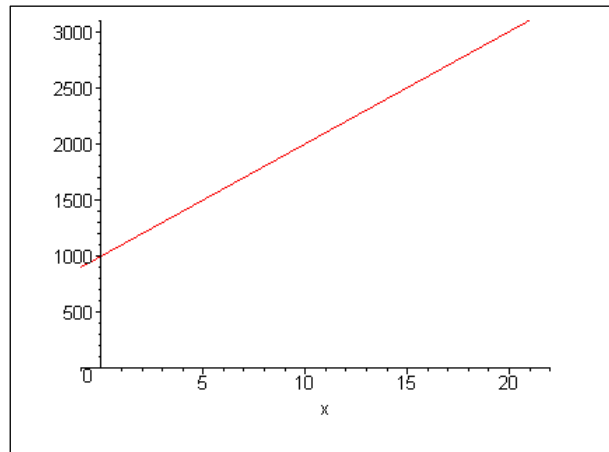
$$W_n = W_0 + m \cdot n$$

W_0 ist der Anfangswert

W_n ist der Wert nach n Zeitabschnitten

n ist die Anzahl der Zeitabschnitte

m ist Änderungsrate



Änderungsrate m

für die Zunahme

$$m > 0$$

für die Abnahme

$$m < 0$$

Exponentielles Wachstum

Herr Maier verdient im ersten Jahr pro Monat 1000 € und erhält pro Jahr eine Gehaltszulage von 5 %

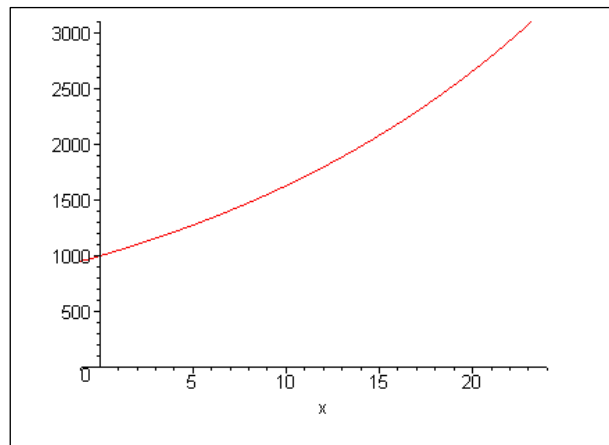
$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

W_0 ist der Anfangswert

W_n ist der Wert nach n Zeitabschnitten

q ist der Wachstumsfaktor

n ist die Anzahl der Zeitabschnitte



Wachstumsfaktor q

für die Zunahme

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

für die Abnahme

$$q = 1 - \frac{p}{100}$$

Wachstumsrate

bezeichnet den Prozentsatz des Wachstums ($\frac{p}{100}$)

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

6

Rechenarten (Bezeichnung und Sprechweisen)

	Rechenart	Der Term heißt	a heißt	b heißt
1. Stufe	Addition $a + b$	Summe	1. Summand	2. Summand
	Subtraktion $a - b$	Differenz	Minuend	Subtrahend
2. Stufe	Multiplikation $a \cdot b$	Produkt	1. Faktor	2. Faktor
	Division $a : b \quad (b \neq 0)$	Quotient	Dividend	Divisor
3. Stufe	Potenzieren a^b	Potenz	Basis (Grundzahl)	Exponent (Hochzahl)
	Radizieren $\sqrt[b]{a} \quad (a \geq 0)$	b-te Wurzel	Radikand	Wurzelexponent

Rechengesetze

Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz)

Addition $a + b = b + a$

Multiplikation $a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz (Verknüpfungsgesetz)

Addition $a + (b + c) = (a + b) + c$

Multiplikation $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

Erweitertes Distributivgesetz (Summen, Differenzen multiplizieren)

$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$

$(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$

$(a - b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d$

$(a - b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d - b \cdot c + b \cdot d$

Plusklammer und Minusklammer

Plusklammer auflösen:

$a + (b + c) = a + b + c$

$a + (b - c) = a + b - c$

Minusklammer auflösen:

$a - (b + c) = a - b - c$

$a - (b - c) = a - b + c$

Rechenregeln bei rationalen Zahlen

Addition und Subtraktion:

Aus $++$ wird $+$

Aus $--$ wird $+$

Aus $+-$ wird $-$

Aus $-+$ wird $-$

Multiplikation:

$+\cdot+ = +$

$-\cdot- = +$

$+\cdot- = -$

$-\cdot+ = -$

Division:

$+:+ = +$

$-:- = +$

$+: - = -$

$-: + = -$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

7

Binomische Formeln

Zweigliedrige Terme der Form $(a + b)$ oder $(a - b)$ nennt man Binome.
Beim Multiplizieren und Potenzieren gilt:

1. binomische Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Gleichungen

Term

Terme sind mathematisch sinnvolle Ausdrücke, die aus Zahlen, Rechenzeichen und Variablen bestehen können.

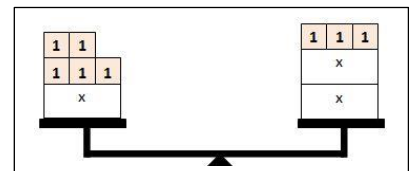
Werden für die Variablen Zahlen eingesetzt, dann kann der **Wert des Terms** berechnet werden.

$2x-5$ oder $10y$

Der Wert des Terms $2x-5$ für die Variable $x=4$ beträgt:
 $2 \cdot 4 - 5 = \underline{3}$

Gleichung

Werden zwei Terme durch ein Gleichheitszeichen verbunden, dann entsteht eine Gleichung.



$x + 5 = 2x + 3$

$\mathbb{L} = \{2\}$

Lösungsmenge

Zahlen, die beim Einsetzen die Gleichung erfüllen, gehören zur Lösungsmenge der Gleichung.

Lineare Gleichungssysteme

I $y = 3x - 1$

Rechnerisches Lösen

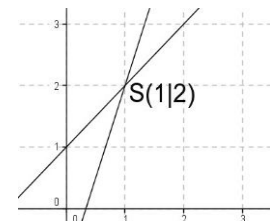
Zeichnerisches Lösen

II $y = x + 1$

Gleichsetzungsverfahren
Einsetzungsverfahren
Additionsverfahren
Subtraktionsverfahren

Schnittpunkt der beiden Geraden bestimmen

$\mathbb{L} = \{(1; 2)\}$



Fall 1: Geraden schneiden sich in S \rightarrow eine Lösung

Fall 2: Geraden sind parallel zueinander \rightarrow keine Lösung

$\mathbb{L} = \{ \}$

Fall 3: Geraden liegen genau aufeinander \rightarrow unendlich viele Lösungen

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

8

Quadratische Gleichungen

Rein quadratische Gleichungen

Allgemeine Form: $ax^2 = c$

$$x^2 = \frac{c}{a}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$$

Diskriminante $D = \frac{c}{a}$

Fall 1: $D > 0$ \longrightarrow zwei Lösungen

Fall 2: $D = 0$ \longrightarrow eine Lösung

Fall 3: $D < 0$ \longrightarrow keine Lösung

Gemischt quadratische Gleichungen

Normalform: $x^2 + px + q = 0$

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \quad (p = -2, q = -4)$$

p,q-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-4)}$$

Diskriminante $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

Fall 1: $D > 0$ \longrightarrow zwei Lösungen

Fall 2: $D = 0$ \longrightarrow eine Lösung

Fall 3: $D < 0$ \longrightarrow keine Lösung

Die Lösungsmenge gibt die Nullstellen der Parabel an

Gemischt quadratische Gleichungen mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung lösen

Zahlenbeispiel

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$x^2 + 6x + 3^2 + 8 = 0 + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = 9 - 8$$

$$x_{1,2} + 3 = \pm \sqrt{9 - 8}$$

$$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 - 8}$$

Allgemein

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0 + \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$x_{1,2} + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

9

Funktionen

Proportionale Funktionen

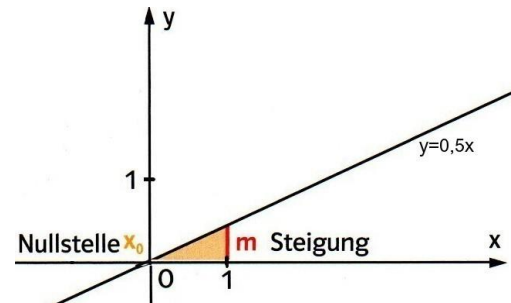
Funktionsgleichung

$$y = m \cdot x \quad \text{oder} \quad f(x) = m \cdot x$$

Gerade geht durch den Ursprung $P(0|0)$

Nullstelle $N(0|0)$

$$\text{Steigung } m = \frac{y}{x}$$



Lineare Funktionen

Funktionsgleichung

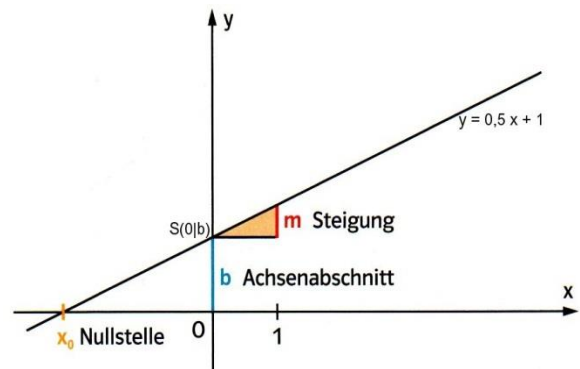
$$y = m \cdot x + b \quad \text{oder} \quad f(x) = m \cdot x + b$$

Gerade schneidet die y-Achse im Punkt $S_y(0|b)$

Nullstelle $N(x_0|0)$

$$\text{Steigung } m = \frac{y-b}{x}$$

y-Achsenabschnitt b



Es gilt:

Gerade steigend, wenn $m > 0$

Gerade fallend, wenn $m < 0$

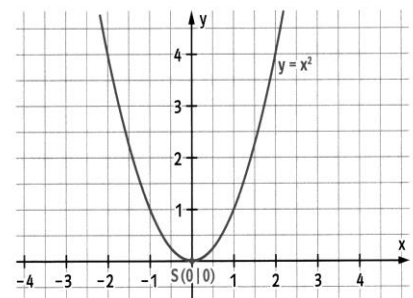
Quadratische Funktionen

Funktionsgleichung für die Normalparabel

$$y = x^2 \quad \text{oder} \quad f(x) = x^2$$

Parabel berührt den Ursprung mit dem Scheitelpunkt $S(0|0)$

Nullstelle $N(0|0)$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

10

Quadratische Funktionen

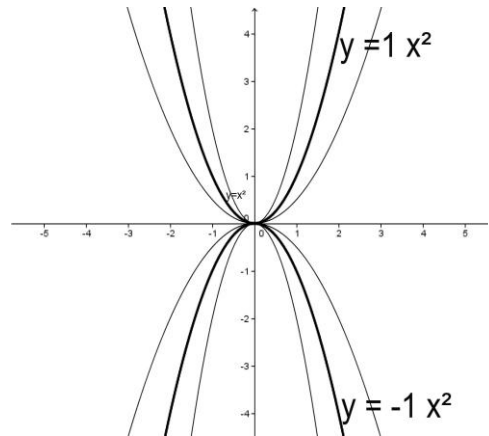
Parabeln der Form $y = ax^2$

Scheitelpunkt $S(0|0)$

Nullstelle $N(0|0)$

Der Faktor a bestimmt die Öffnung der Parabel:

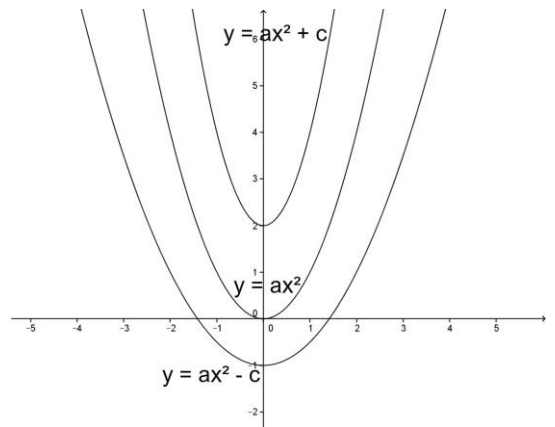
- $a > 1$ Parabel schmäler als Normalparabel nach oben geöffnet
- $a = 1$ Normalparabel nach oben geöffnet
- $0 < a < 1$ Parabel breiter als Normalparabel nach oben geöffnet
- $-1 < a < 0$ Parabel breiter als Normalparabel nach unten geöffnet
- $a = -1$ Normalparabel nach unten geöffnet
- $a < -1$ Parabel schmäler als Normalparabel nach unten geöffnet



Parabeln der Form $y = ax^2 + c$

Verschiebung der Parabel entlang der y-Achse

- $c > 0$ Parabel wird im Abstand c nach oben verschoben
- $c = 0$ Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(0|0)$
- $c < 0$ Parabel wird im Abstand c nach unten verschoben



Nullstellen

Keine Nullstellen

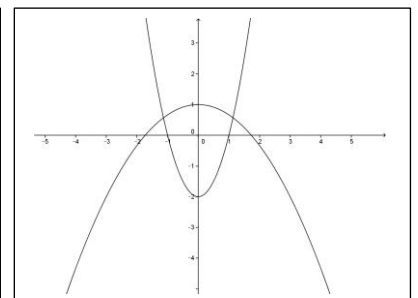
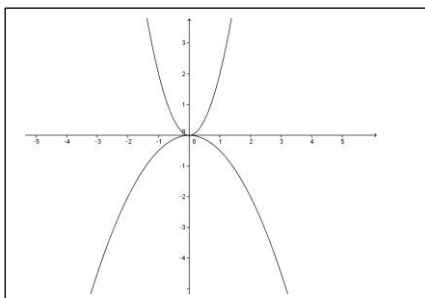
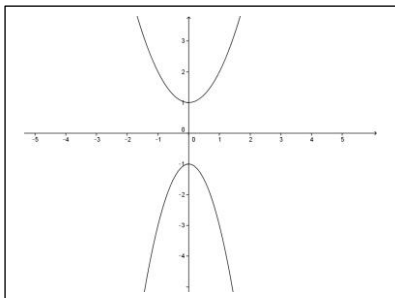
$a > 0, c > 0$ oder $a < 0, c < 0$

Eine Nullstelle

$a > 0, c = 0$ oder $a < 0, c = 0$

Zwei Nullstellen

$a > 0, c < 0$ oder $a < 0, c > 0$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

11

Parabeln der Form $y = a(x + b)^2$

Verschiebung der Parabel entlang der x-Achse

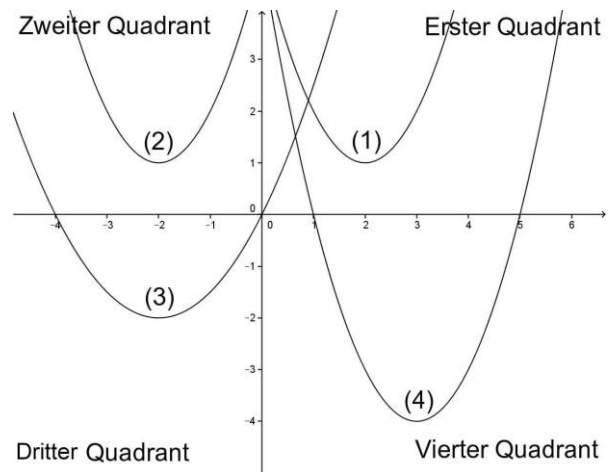
- $b > 0$ Parabel wird im Abstand b nach links verschoben
- $b = 0$ Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(0|0)$
- $b < 0$ Parabel wird im Abstand b nach rechts verschoben



Parabeln der Form $y = a(x + b)^2 + c$

Scheitelpunkt S der Parabel im

- ersten Quadranten: $b < 0, c > 0$ (1)
- zweiten Quadranten: $b > 0, c > 0$ (2)
- dritten Quadranten: $b > 0, c < 0$ (3)
- vierten Quadranten: $b < 0, c < 0$ (4)



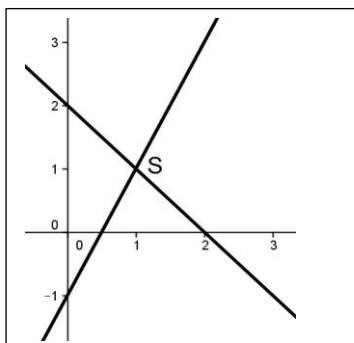
Bestimmung der Nullstellen:

Funktion Null setzen
und p, q -Formel anwenden

Schnittpunkte von zwei Funktionen bestimmen

durch Gleichsetzen der beiden Funktionen

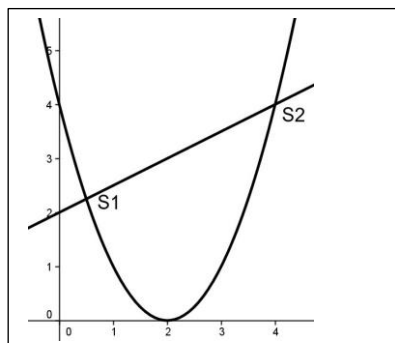
Zwei Geraden
schneiden sich



- I $y = -x + 2$
- II $y = 2x - 1$

$$-x + 2 = 2x - 1$$

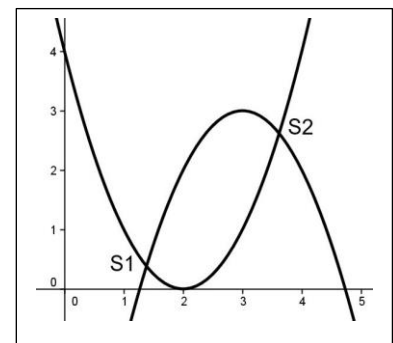
Gerade und Parabel
schneiden sich



- I $y = 0,5x - 2$
- II $y = (x - 2)^2$

$$0,5x - 2 = (x - 2)^2$$

Zwei Parabeln
schneiden sich



- I $y = (x - 2)^2$
- II $y = -(x - 3)^2 + 3$

$$(x - 2)^2 = -(x - 3)^2 + 3$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

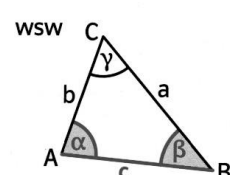
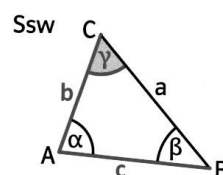
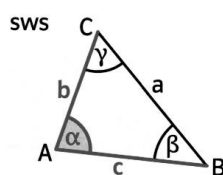
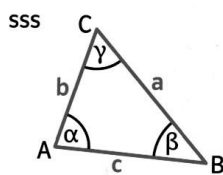
12

Trigonometrie

Kongruente Dreiecke

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn eine der vier Bedingungen erfüllt ist:

1. Die Dreiecke stimmen in drei Seiten überein. (sss)
2. Die Dreiecke stimmen in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel überein. (sws)
3. Die Dreiecke stimmen in zwei Seiten überein und die Gegenwinkel der längeren Seite sind gleich groß. (Ssw)
4. Die Dreiecke stimmen in einer Seite und den anliegenden Winkeln überein. (wsw)



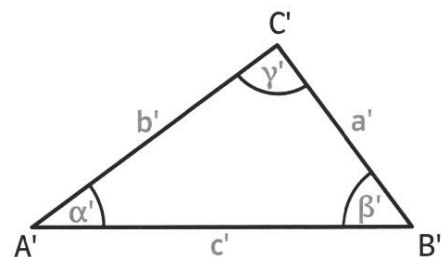
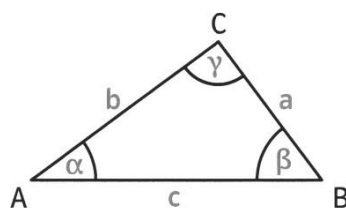
Ähnliche Dreiecke

Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich, wenn für die Winkel gilt:

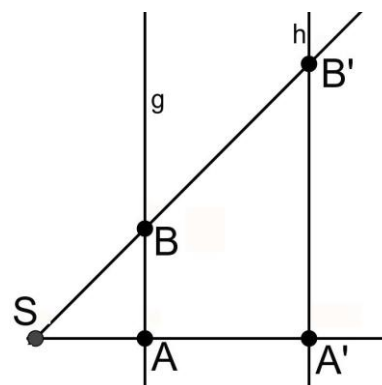
$$\alpha = \alpha' \quad \text{und} \quad \beta = \beta' \quad \text{und} \quad \gamma = \gamma'$$

Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich, wenn die Längenverhältnisse zweier entsprechender Seiten gleich sind.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \quad \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} \quad \frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$$



Werden zwei Strahlen, die von einem Punkt S ausgehen, von zueinander parallelen Geraden g und h geschnitten, so entstehen zwei Dreiecke SAB und SA'B', die zueinander ähnlich sind.



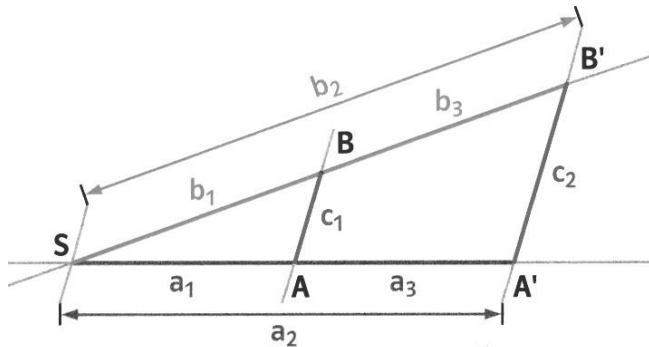
MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

13

Strahlensätze

Die Strahlensätze gelten nur in einer Strahlensatzfigur. Diese besteht aus zwei sich schneidenden Strahlen und aus einem Parallelenpaar, welches die Strahlen schneidet.

Strahlensätze bei der V-Form



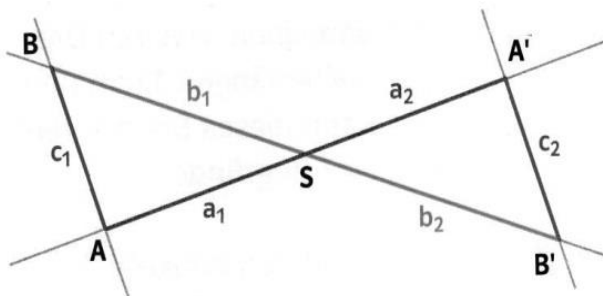
Erster Strahlensatz:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{und} \quad \frac{a_1}{a_3} = \frac{b_1}{b_3}$$

Zweiter Strahlensatz:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{und} \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Strahlensätze bei der X-Form



Erster Strahlensatz:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

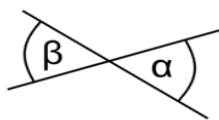
Zweiter Strahlensatz:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{und} \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Verhalten von Winkeln an sich schneidenden Geraden

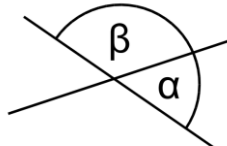
Scheitelwinkel

$$\alpha = \beta$$



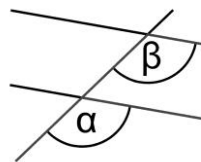
Nebenwinkel

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



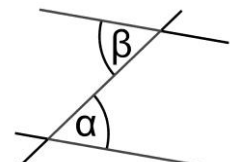
Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$



Wechselwinkel

$$\alpha = \beta$$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

14

Winkelfunktionen

Das Verhältnis zwischen 2 Seiten im rechtwinkligen Dreieck wird berechnet.

Vom Winkel α aus gesehen

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Gegenkathete} = \sin \alpha \cdot \text{Hypotenuse}$$

$$\text{Hypotenuse} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

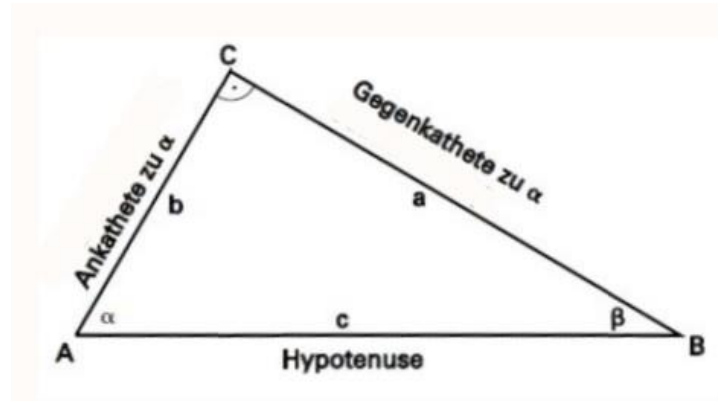
$$\text{Ankathete} = \cos \alpha \cdot \text{Hypotenuse}$$

$$\text{Hypotenuse} = \frac{\text{Ankathete}}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\text{Gegenkathete} = \tan \alpha \cdot \text{Ankathete}$$

$$\text{Ankathete} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\tan \alpha}$$

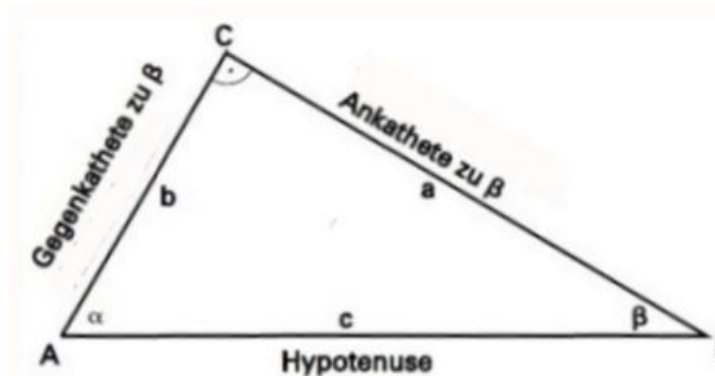


Vom Winkel β aus gesehen

$$\sin \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



Besondere Werte

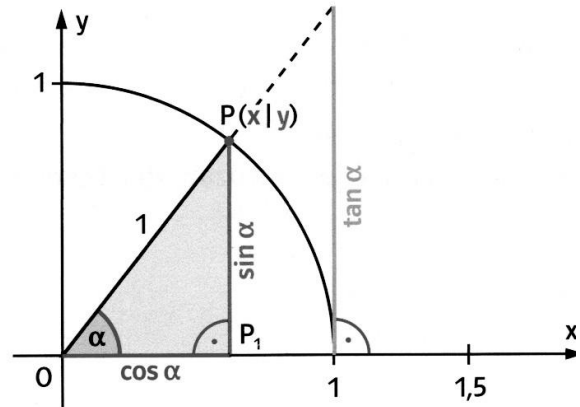
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	0,5			1			0,5	0
$\cos \alpha$	1			0,5	0	-0,5			-1
$\tan \alpha$	0		1		-		-1		0

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

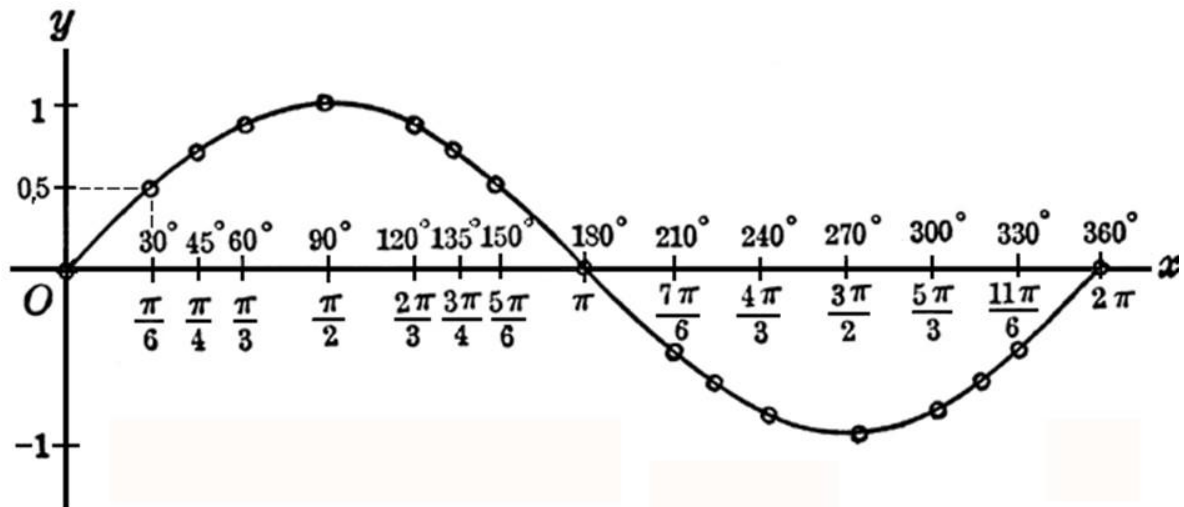
15

Sinus, Kosinus und Tangens im Einheitskreis

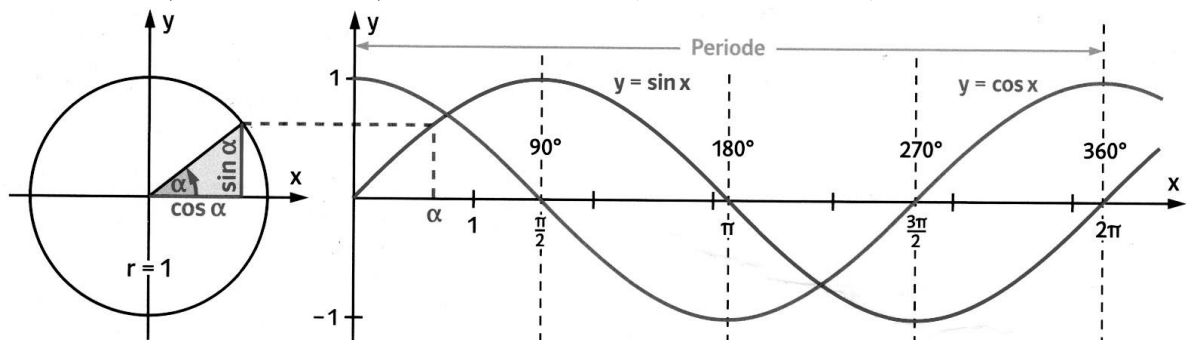
Im Einheitskreis mit dem Radius $r = 1$ LE (Längeneinheit) kann man den Sinuswert, den Kosinuswert und den Tangenswert eines eingezeichneten Winkels annäherungsweise ablesen.



Sinusfunktion als Graph im Koordinatensystem



Einheitskreis, Sinusfunktion, Kosinusfunktion (Zusammenschau)



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

16

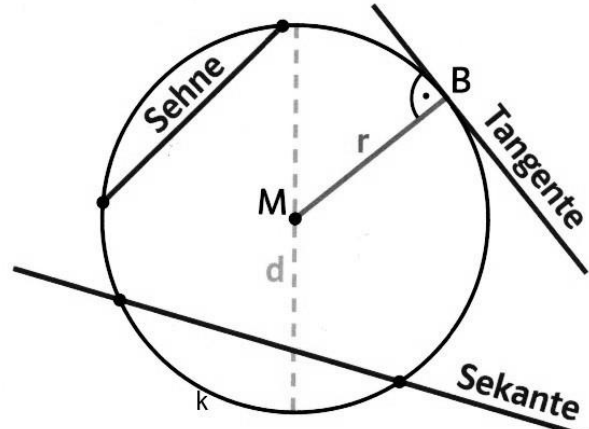
Kreis und Kreisteile

Der **Kreisdurchmesser** ist doppelt so lang wie der Kreisradius ($d = 2r$).

Eine **Sehne** ist eine Strecke zwischen zwei Punkten auf der Kreislinie k .

Eine **Tangente** ist eine Gerade und berührt die Kreislinie k . Sie steht senkrecht auf dem Berührradius r .

Eine **Sekante** ist eine Gerade, die die Kreislinie in zwei Punkten schneidet.



Umfang

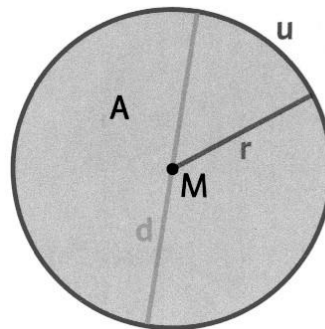
$$u_{\text{Kreis}} = \pi \cdot d$$

$$u_{\text{Kreis}} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Flächeninhalt

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$$

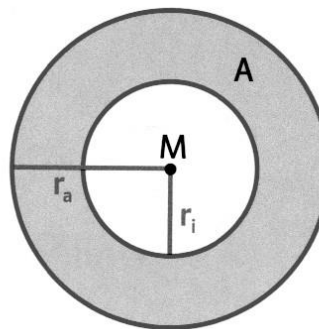
$$A_{\text{Kreis}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$



Kreisring

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot r_a^2 - \pi \cdot r_i^2$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot (r_a^2 - r_i^2)$$



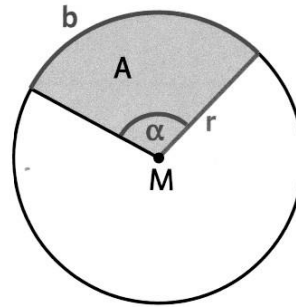
MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

17

Kreisausschnitt

$$A_{\text{Kreisausschnitt}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$$

$$A_{\text{Kreisausschnitt}} = \frac{b \cdot r}{2}$$



Kreisbogen

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot d$$

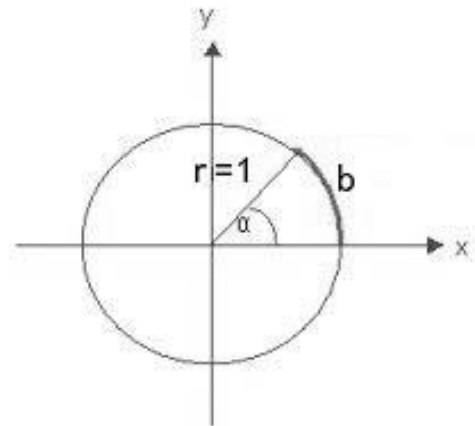
$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$$

Das Bogenmaß des Winkels α

$$\text{Bogenmaß des Winkels } \alpha = \frac{\text{Länge des Kreisbogens}}{\text{Länge des Radius}}$$

$$\text{arc}(\alpha) = \frac{b}{r}$$

(Arkus = Bogen)

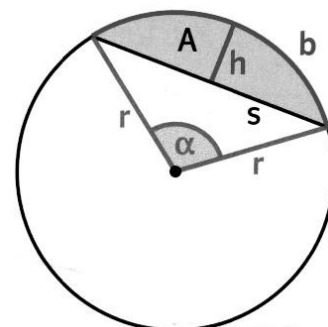


Beim Einheitskreis gilt:

Kreisbogens $b =$ Bogenmaß $\text{arc}(\alpha)$

Kreisabschnitt (Segment)

$$A_{\text{Kreisabschnitt}} = \frac{r^2}{2} \cdot \left(\pi \cdot \frac{\alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

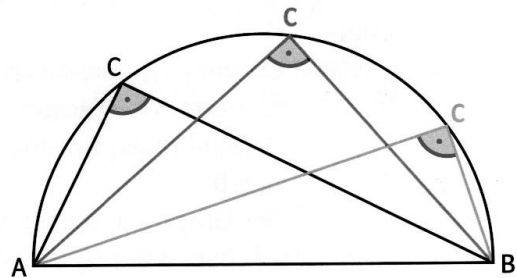


MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

18

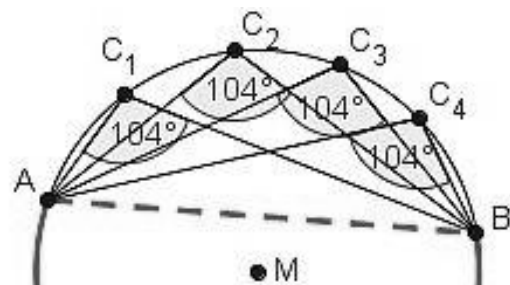
Satz des Thales

Liegt der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über der Strecke \overline{AB} , dann ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.

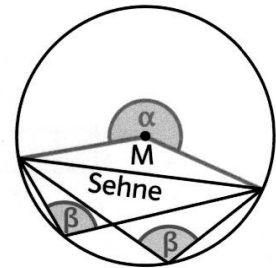
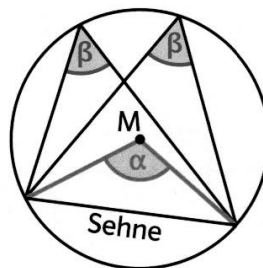


Satz vom Umfangswinkel

Alle Umfangswinkel (=Rand- oder Peripheriewinkel) über der gleichen Seite einer Sehne \overline{AB} sind gleich groß.



Der Umfangswinkel β über einer Sehne ist halb so groß wie der vom Mittelpunkt entgegengesetzte Mittelpunktswinkel α .

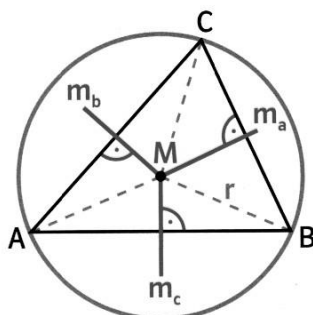


Es gilt:
$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

Besondere Kreise am Dreieck

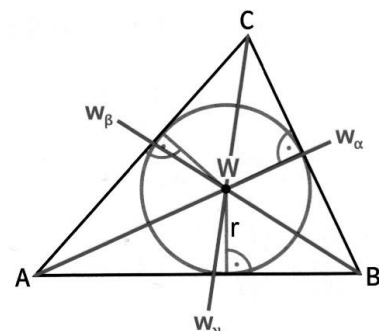
Umkreis

Die drei Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC schneiden sich in einem Punkt, dem Umkreismittelpunkt M. r ist der Umkreisradius.



Inkreis

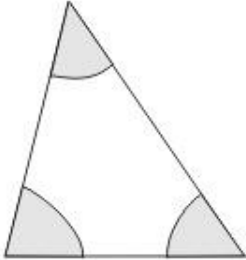
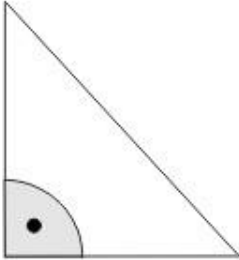
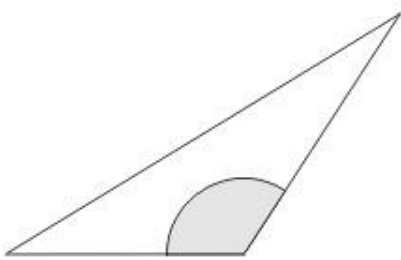
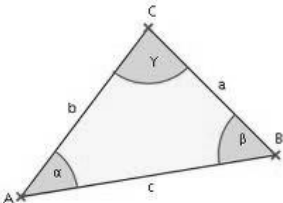
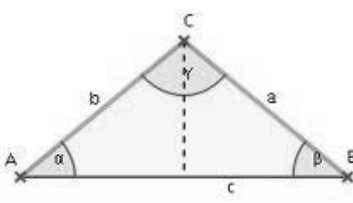
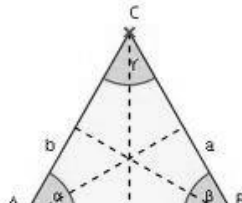
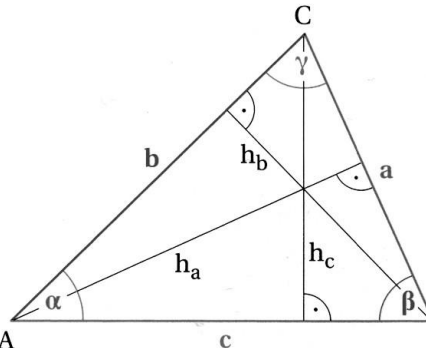
Die drei Winkelhalbierenden des Dreiecks ABC schneiden sich in einem Punkt, dem Inkreismittelpunkt W. r ist der Inkreisradius.



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

19

Geometrische Figuren

Dreiecke		
Dreiecksarten (bezeichnet nach den Winkelgrößen)		
Spitzwinkliges Dreieck	Rechtwinkliges Dreieck	Stumpfwinkliges Dreieck
		
3 spitze Winkel	1 rechter Winkel	1 stumpfer Winkel
Dreiecksarten (bezeichnet nach den Seitenlängen)		
Allgemeines Dreieck	Gleichschenkliges Dreieck	Gleichseitiges Dreieck
		
$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	$a = b$ $\alpha = \beta$	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$
Umfang $u_{\text{Dreieck}} = a + b + c$		
Flächeninhalt		
$A_{\text{Dreieck}} = \frac{c \cdot h_c}{2}$		$A_{\text{Dreieck}} = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin \gamma$
$A_{\text{Dreieck}} = \frac{b \cdot h_b}{2}$		$A_{\text{Dreieck}} = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin \alpha$
$A_{\text{Dreieck}} = \frac{a \cdot h_a}{2}$		$A_{\text{Dreieck}} = \frac{a \cdot c}{2} \cdot \sin \beta$
Winkelsumme im Dreieck: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$		

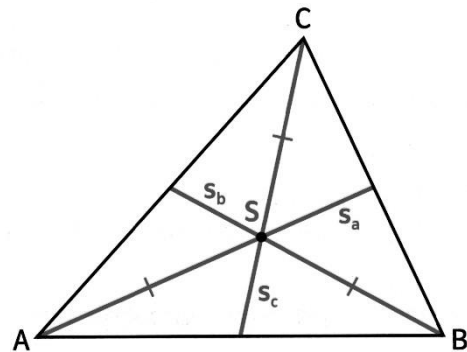
MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

20

Seitenhalbierende und Schwerpunkt

Die drei Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt S.

Der Schwerpunkt S teilt jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2 : 1



Satz des Pythagoras

Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse gleich der Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den beiden Katheten.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Daraus folgt:

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

Berechnung der Hypotenuse c

$$c^2 = a^2 + b^2$$

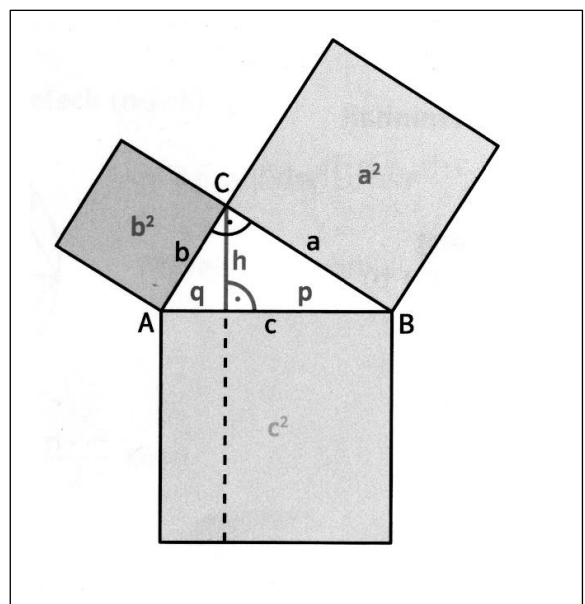
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Berechnung der Kathete a

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Berechnung der Kathete b

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Höhensatz:

Ist ein Dreieck rechtwinklig mit $\gamma = 90^\circ$, dann gilt:

$$h^2 = p \cdot q$$

Kathetensatz:

Ist ein Dreieck rechtwinklig mit $\gamma = 90^\circ$, dann gilt:

$$a^2 = c \cdot p \quad \text{und} \quad b^2 = c \cdot q$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

21

Vierecke

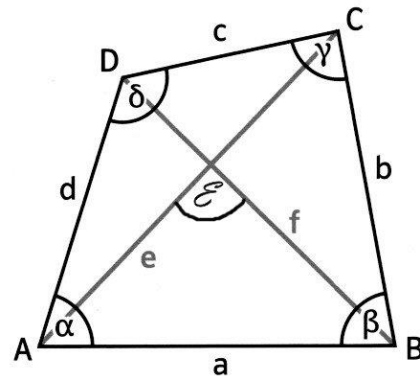
Allgemeines Viereck

Umfang

$$u_{\text{Allgemeines Viereck}} = a + b + c + d$$

Flächeninhalt

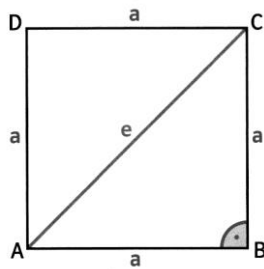
$$A_{\text{Allgemeines Viereck}} = \frac{e \cdot f}{2} \cdot \sin \varepsilon$$



Winkelsumme im Viereck

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

Quadrat



Umfang:

$$u_{\text{Quadrat}} = 4 \cdot a$$

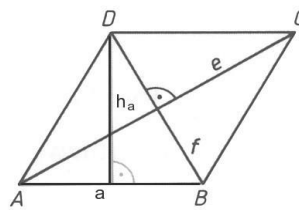
Flächeninhalt

$$A_{\text{Quadrat}} = a^2$$

Länge der Diagonale

$$e = a \cdot \sqrt{2}$$

Raute



Umfang:

$$u_{\text{Raute}} = 4 \cdot a$$

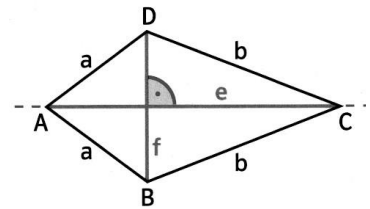
Flächeninhalt

$$A_{\text{Raute}} = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$A_{\text{Raute}} = a \cdot h_a$$

$$A_{\text{Raute}} = b \cdot h_b$$

Drachen



Umfang:

$$u_{\text{Drachen}} = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

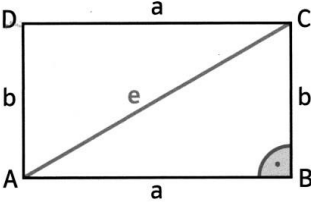
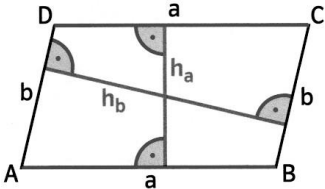
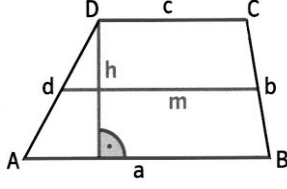
$$u_{\text{Drachen}} = 2 \cdot (a + b)$$

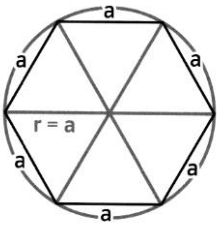
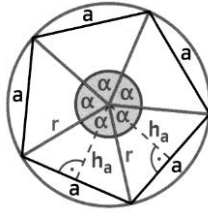
Flächeninhalt

$$A_{\text{Drachen}} = \frac{e \cdot f}{2}$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

22

Rechteck	Parallelogramm	Trapez
		
<p>Umfang:</p> $u_{\text{Rechteck}} = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ $u_{\text{Rechteck}} = 2 \cdot (a + b)$	<p>Umfang:</p> $u_{\text{Parallelogramm}} = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ $u_{\text{Parallelogramm}} = 2 \cdot (a + b)$	<p>Umfang:</p> $u_{\text{Trapez}} = a + b + c + d$
<p>Flächeninhalt</p> $A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$	<p>Flächeninhalt</p> $A_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h_a$ $A_{\text{Parallelogramm}} = b \cdot h_b$	<p>Flächeninhalt</p> $A_{\text{Trapez}} = \frac{a+c}{2} \cdot h$ $A_{\text{Trapez}} = m \cdot h$
<p>Länge der Diagonale</p> $e = \sqrt{a^2 + b^2}$		<p>Für das gleichschenklige Trapez gilt: $b=d$</p>

Vielecke	
<p>Regelmäßiges Sechseck</p> 	<p>Regelmäßiges n-Eck</p> 
<p>Umfang</p> $u_{\text{Regelmäßiges Sechseck}} = 6 \cdot a$	<p>Umfang</p> $u_{\text{Regelmäßiges n-Eck}} = n \cdot a$
<p>Flächeninhalt</p> $A_{\text{Regelmäßiges Sechseck}} = \frac{3 \cdot a^2}{2} \cdot \sqrt{3}$	<p>Flächeninhalt</p> $A_{\text{Regelmäßiges Sechseck}} = \frac{n \cdot a \cdot h_a}{2}$
<p>Winkelsumme im n-Eck</p> $(n - 2) \cdot 180^\circ$	<p>Anzahl der Diagonalen im n-Eck</p> $d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

23

Geometrische Körper

Würfel

Oberfläche

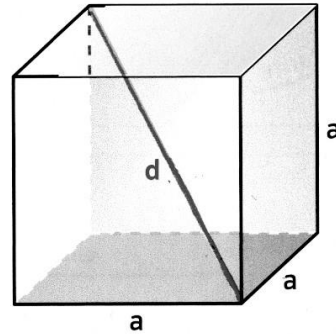
$$O_{\text{Würfel}} = 6 \cdot a^2$$

Volumen

$$V_{\text{Würfel}} = a^3$$

Länge der Raumdiagonale

$$d = a \cdot \sqrt{3}$$



Quader

Oberfläche

$$O_{\text{Quader}} = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

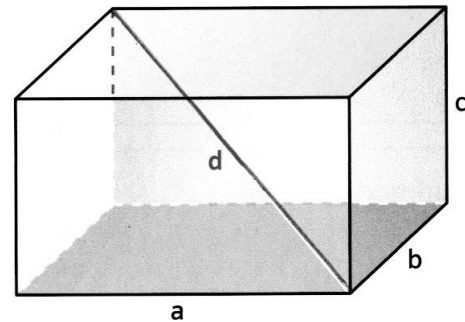
$$O_{\text{Quader}} = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

Volumen

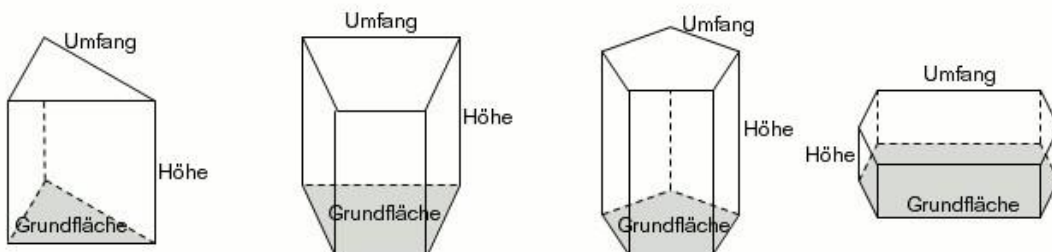
$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$$

Länge der Raumdiagonale

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



Prisma



Mantelflächeninhalt

$$M_{\text{Prisma}} = u \cdot h$$

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Prisma}} = 2 \cdot A_G + M$$

Volumen

$$V_{\text{Prisma}} = A_G \cdot h$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

24

Regelmäßiges Sechsecksprisma

Mantelflächeninhalt

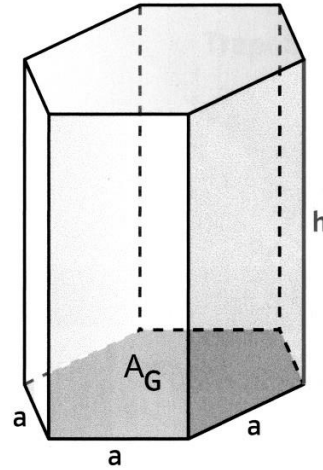
$$M_{\text{Sechsecksprisma}} = 6 \cdot a \cdot h$$

Oberflächeninhalt

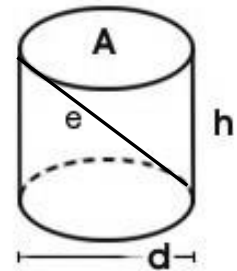
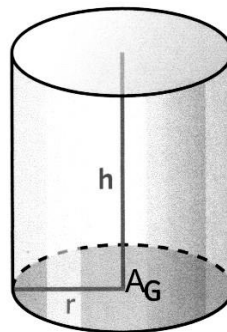
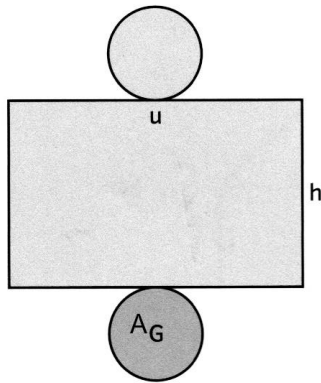
$$O_{\text{Sechsecksprisma}} = 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} + 6 \cdot a \cdot h$$

Volumen

$$V_{\text{Sechsecksprisma}} = \frac{3 \cdot a^2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot h$$



Kreiszylinder



Mantelflächeninhalt

$$M_{\text{Kreiszylinder}} = u \cdot h$$

$$M_{\text{Kreiszylinder}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Volumen

$$V_{\text{Kreiszylinder}} = A_G \cdot h$$

$$V_{\text{Kreiszylinder}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Raumdiagonale

$$e = \sqrt{d^2 + h^2}$$

Oberfläche

$$O_{\text{Kreiszylinder}} = 2 \cdot A_G + M$$

$$O_{\text{Kreiszylinder}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + M$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

25

Pyramide

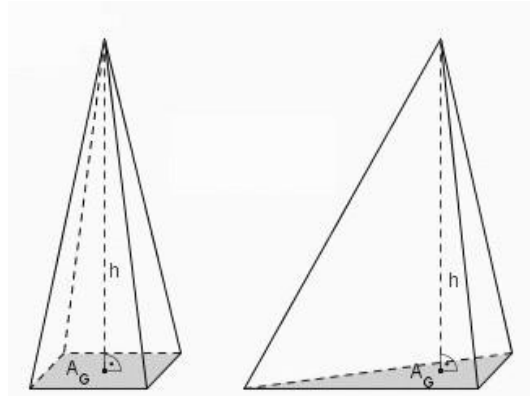
Allgemeine Pyramide

Oberfläche

$$O_{\text{Pyramide}} = A_G + M$$

Volumen

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{A_G \cdot h}{3}$$



Quadratische Pyramide

Mantelflächeninhalt

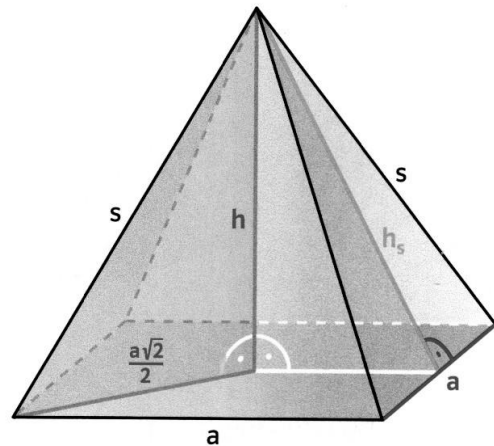
$$M_{\text{Quadratische Pyramide}} = 2 \cdot a \cdot h_s$$

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Quadratische Pyramide}} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$$

Volumen

$$V_{\text{Quadratische Pyramide}} = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$



Regelmäßige Dreieckspyramide

Mantelflächeninhalt

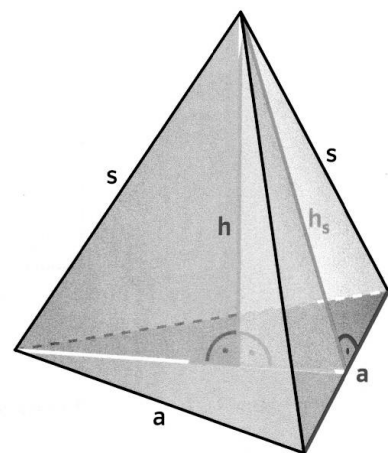
$$M_{\text{Regelmäßige Dreieckspyramide}} = \frac{3}{2} \cdot a \cdot h_s$$

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Regelmäßige Dreieckspyramide}} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} + \frac{3}{2} \cdot a \cdot h_s$$

Volumen

$$V_{\text{Regelmäßige Dreieckspyramide}} = \frac{a^2}{12} \cdot \sqrt{3} \cdot h$$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

26

Regelmäßige Sechseckspyramide

Mantelflächeninhalt

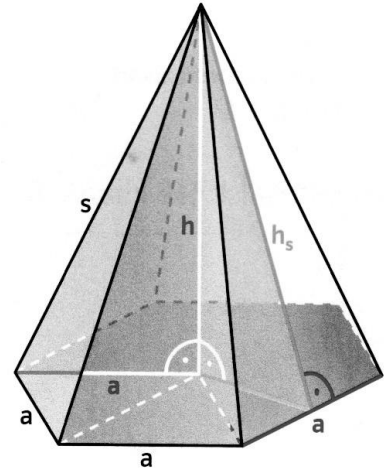
$$M_{\text{Regelmäßige Sechseckspyramide}} = 3 \cdot a \cdot h_s$$

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Regelmäßige Sechseckspyramide}} = \frac{3}{2} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot a \cdot h_s$$

Volumen

$$V_{\text{Regelmäßige Sechseckspyramide}} = \frac{a^2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot h$$



Regelmäßige n-Ecks-Pyramide

Mantelflächeninhalt

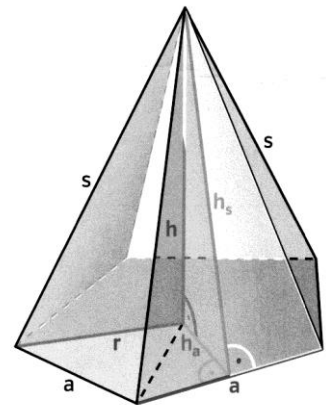
$$M_{\text{Regelmäßige n-Eckspyramide}} = n \cdot \frac{a \cdot h_s}{2}$$

Oberflächeninhalt

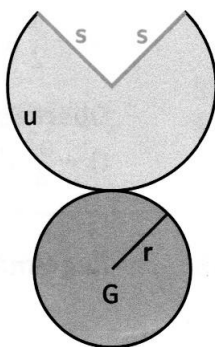
$$O_{\text{Regelmäßige n-Eckspyramide}} = A_G + n \cdot \frac{a \cdot h_s}{2}$$

Volumen

$$V_{\text{Regelmäßige n-Eckspyramide}} = \frac{A_G \cdot h}{3}$$



Kegel



Mantelflächeninhalt

$$M_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r \cdot s$$

Oberflächeninhalt

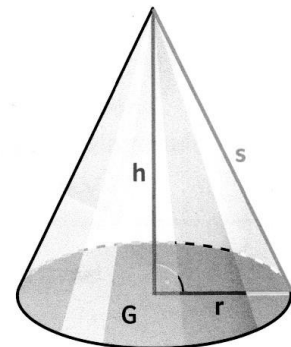
$$O_{\text{Kegel}} = A_G + M$$

$$O_{\text{Kegel}} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

$$O_{\text{Kegel}} = \pi \cdot (r^2 + r \cdot s)$$

Volumen

$$V_{\text{Kegel}} = \frac{A_G \cdot h}{3}$$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

27

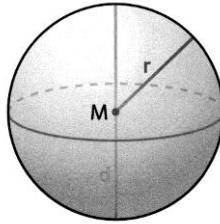
Kugel

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Kugel}} = 4 \cdot A_{\text{Kreis}}$$

$$O_{\text{Kugel}} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$O_{\text{Kugel}} = \pi \cdot d^2$$

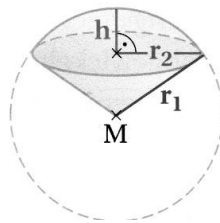


Volumen

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O_{\text{Kugelausschnitt}} =$$

$$\pi \cdot r_1 \cdot r_2 + 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot h$$



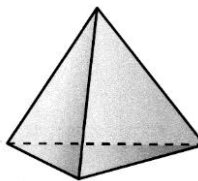
$$V_{\text{Kugelausschnitt}} = \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot r_1^2 \cdot h$$

Regelmäßige Körper (Platonische Körper)

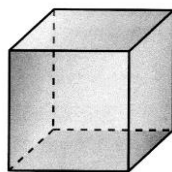
Bei regelmäßigen Körpern besteht die Oberfläche nur aus kongruenten Vielecken.

Es gibt genau 5 regelmäßige Körper:

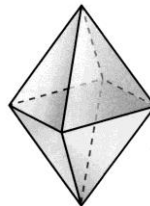
Tetraeder



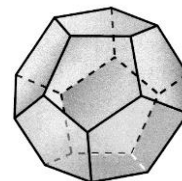
Würfel (Hexaeder)



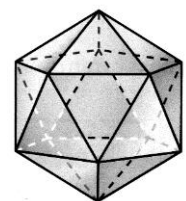
Oktaeder



Dodekaeder



Ikosaeder

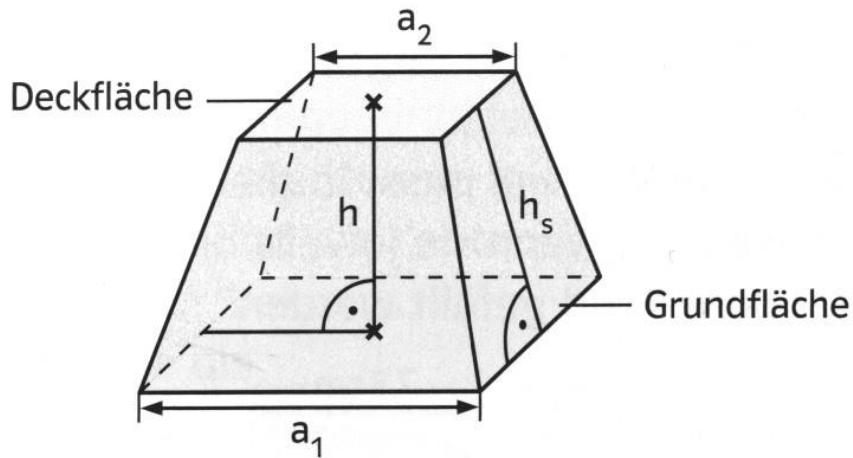


Seitenflächen 4 gleichseitige Dreiecke	Seitenflächen 6 Quadrate	Seitenflächen 8 gleichseitige Dreiecke	Seitenflächen 12 regelmäßige Fünfecke	Seitenfläche 20 gleichseitige Dreiecke
Eckenzahl 4	Eckenzahl 8	Eckenzahl 6	Eckenzahl 20	Eckenzahl 12
Kantenzahl 6	Kantenzahl 12	Kantenzahl 12	Kantenzahl 30	Kantenzahl 30
Oberfläche $O = a^2 \sqrt{3}$	Oberfläche $O = 6a^2$	Oberfläche $O = 2a^2 \sqrt{3}$	Oberfläche $O =$ $3a^2 \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})}$	Oberfläche $O = 5a^2 \sqrt{3}$
Volumen $V = \frac{a^3}{12} \sqrt{2}$	Volumen $V = a^3$	Volumen $V = \frac{a^3}{3} \sqrt{2}$	Volumen $V = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5})$	Volumen $V = \frac{5a^3}{12} (3 + \sqrt{5})$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

28

Quadratischer Pyramidenstumpf



Mantelflächeninhalt

$$M_{\text{Pyramidenstumpf}} = 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s$$

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Pyramidenstumpf}} = a_1^2 + 2 \cdot (a_1 + a_2) \cdot h_s + a_2^2$$

Volumen

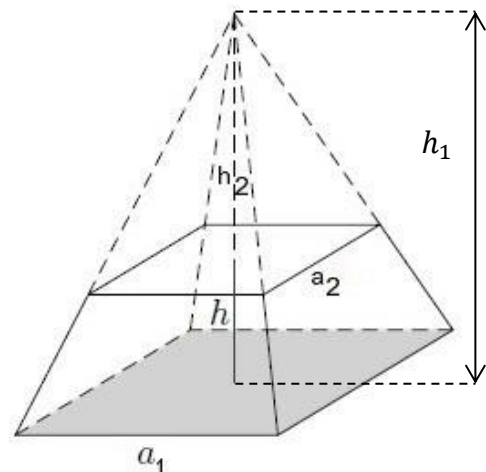
$$V_{\text{Pyramidenstumpf}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

oder

$$V_{\text{Pyramidenstumpf}} =$$

$$V_{\text{Große Pyramide}} - V_{\text{Kleine Pyramide}}$$

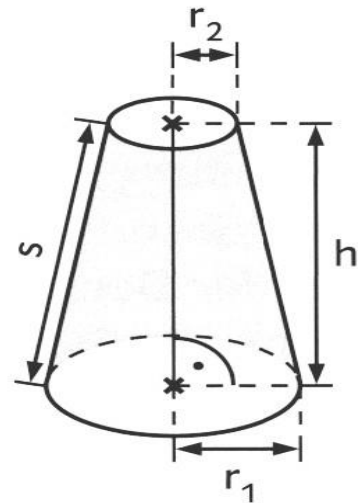
$$\frac{a_1^2 \cdot h_1}{3} - \frac{a_2^2 \cdot h_2}{3}$$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

29

Kegelstumpf



Mantelflächeninhalt

$$M_{\text{Kegelstumpf}} = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$$

Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Kegelstumpf}} = \pi \cdot (r_1^2 + s \cdot (r_1 + r_2) + r_2^2)$$

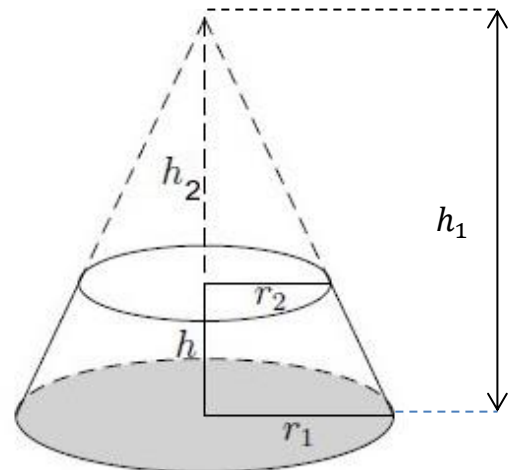
Volumen

$$V_{\text{Kegelstumpf}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

oder

$$V_{\text{Kegelstumpf}} =$$

$$V_{\text{Großer Kegel}} - V_{\text{Kleiner Kegel}} = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot h_1}{3} - \frac{\pi \cdot r_2^2 \cdot h_2}{3}$$



MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

30

Sachrechnen

Prozentrechnung

G Grundwert
P Prozentwert
p% Prozentsatz

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

Prozentwert **P** berechnen (Grundformel):

$$P = G \cdot \frac{p}{100}$$

Prozentsatz **p%** berechnen

$$p\% = \frac{P \cdot 100}{G}$$

Grundwert **G** berechnen

$$G = \frac{P \cdot 100}{p}$$

Der Prozentwert entspricht der **absoluten Häufigkeit**.

Der Prozentsatz entspricht der **relativen Häufigkeit**.

G⁺ Vermehrter Grundwert

$$G^+ = G \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$W_n = W_0 \cdot q \quad \text{Wachstumsfaktor } q$$

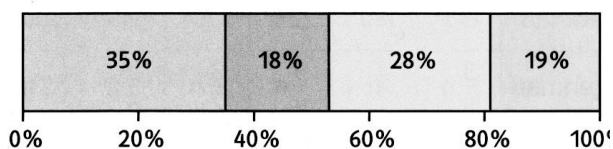
G⁻ Verminderter Grundwert

$$G^- = G \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

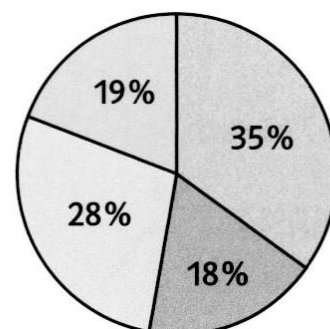
$$W_n = W_0 \cdot q \quad \text{Wachstumsfaktor } q$$

Darstellung von Prozentsätzen in Diagrammen

Streifendiagramm (Prozentstreifen)



Kreisdiagramm (Prozentkreis)



Die gesamte Streifenlänge veranschaulicht 100%.

Bei Streifenlänge 10 cm gilt:

$$100\% \cong 100 \text{ mm}$$

$$1\% \cong 1 \text{ mm}$$

$$100\% \cong 360^\circ$$

$$1\% \cong 3,6^\circ$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

31

Sachrechnen

Promillerechnung

G	Grundwert
P	Promillewert
p ‰	Promillesatz

$$1 \text{ ‰} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Promillewert P berechnen (Grundformel):

$$P = G \cdot \frac{p}{1000}$$

Promillesatz p‰ berechnen

$$p \text{ ‰} = \frac{P \cdot 1000}{G}$$

Grundwert G berechnen

$$G = \frac{P \cdot 1000}{p}$$

Der Promillewert entspricht der **absoluten Häufigkeit**.

Der Promillesatz entspricht der **relativen Häufigkeit**.

Begriffe bei der Warenkalkulation

Bezugspreis	Der Einzelhändler kauft die Ware zu einem Bezugspreis ein
Geschäftskosten	Kosten, die im Geschäft entstehen (Transport, Miete, Energie, ...)
Selbstkostenpreis	= Bezugspreis + Geschäftskosten
Gewinn	Geldsumme, wie viel der Händler an der Ware verdienen will
Nettoverkaufspreis	= Selbstkostenpreis + Gewinn
Mehrwertsteuer	Steuer, die das Finanzamt erhält
Bruttoverkaufspreis	Nettoverkaufspreis + Mehrwertsteuer
Rabatt	(Mengennachlass, Sondernachlass)
Skonto	Abzug vom Bruttopreis, Preisnachlass bei schneller Bezahlung
Bruttolohn	Lohn zuzüglich der gesetzlichen Abgaben (Steuern, Sozialversicherungen)
Nettolohn	Lohn ohne die gesetzlichen Abgaben (Lohn, der nach den Steuern und gesetzlichen Abgaben bleibt)

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

32

Zinsrechnung

K Kapital

Z Zinsen

p% Zinssatz

Berechnungen für den Zeitraum von 1 Jahr:

Zinsen **Z** berechnen (Grundformel)

$$Z = K \cdot \frac{p}{100}$$

Zinssatz **p%** berechnen

$$p\% = \frac{Z \cdot 100}{K}$$

Grundwert **G** berechnen

$$K = \frac{Z \cdot 100}{p}$$

m Zeit in Monaten

t Zeit in Tagen

Berechnungen für Zeiträume unter 1 Jahr

$$Z = K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{m}{12}$$

$$Z = K \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{t}{360}$$

Sparformen (Verzinsung)

Zuwachssparen (Verzinsung über n Jahre mit gleichbleibendem Zinssatz)

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$

K_0 ist das Anfangskapital

K_n ist das Kapital nach n Jahren

q ist der Zinsfaktor ($q = 1 + \frac{p}{100}$)

n ist die Anzahl der Jahre

Zuwachssparen (Verzinsung über n Jahre mit unterschiedlichen Zinssätzen)

$$K_n = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n$$

q_n ist der Zinsfaktor im n-ten Jahr

Im Bankwesen gilt: 1 Jahr hat 360 Tage; 1 Monat hat 30 Tage

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

33

Brüche und Bruchrechnen			
Bruch erweitern	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$	Ungleichnamige Brüche addieren	$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} =$
Bruch kürzen	$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$		$\frac{a \cdot d}{c \cdot d} + \frac{b \cdot c}{d \cdot c} =$
Gleichnamige Brüche addieren	$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$		$\frac{a \cdot d + b \cdot c}{c \cdot d}$
Gleichnamige Brüche subtrahieren	$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$	Ungleichnamige Brüche subtrahieren	$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} =$
			$\frac{a \cdot d}{c \cdot d} - \frac{b \cdot c}{d \cdot c} =$
			$\frac{a \cdot d - b \cdot c}{c \cdot d}$
Brüche multiplizieren	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$		
Brüche dividieren	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$		

Zahlenmengen	
Natürliche Zahlen \mathbb{N}	$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$
Ganze Zahlen \mathbb{Z}	$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$
Rationale Zahlen \mathbb{Q}	$\mathbb{Q} = \{\dots; -3, \bar{6}; \dots, -2, 5, \dots, -1 \frac{3}{4}; \dots; 0; \dots; 1 \frac{3}{4}; \dots; 2, 5; \dots; 3, \bar{6}; \dots\}$
Reelle Zahlen \mathbb{R}	$\mathbb{R} = \{\dots; -\pi; \dots, -2, 5, \dots, -1 \frac{3}{4}; \dots; 0; \dots; \sqrt{2}; \dots; 1 \frac{3}{4}; \dots; 2, 5; \pi; \dots\}$
Es gilt: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ (\subset bedeutet: echte Teilmenge von)	

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

34

Größen und ihre Einheiten

Länge umrechnen

(km – m – dm – cm – mm)

Kilometer	Meter	Dezimeter	Zentimeter	Millimeter
1 km	= 1000 m			
	1 m	= 10 dm	= 100 cm	= 1000 mm
		1 dm	= 10 cm	= 100 mm
			1 cm	= 10 mm

(mm – μ m – nm)

Millimeter	Mikrometer	Nanometer
1 mm	= 1000 μ m	
	1 μ m	= 1000 nm

Flächeninhalt umrechnen

(km² - ha – a – m² - dm² - cm² - mm²)

Quadratkilometer	Hektar	Ar	Quadratmeter
1 km ²	= 100 ha	= 10 000 a	
	1 ha	= 100 a	= 10 000 m ²
		1 a	= 100 m ²

Quadratmeter	Quadratdezimeter	Quadratzentimeter	Quadratmillimeter
1 m ²	= 100 dm ²	= 10 000 cm ²	
	1 dm ²	= 100 cm ²	= 10 000 mm ²
		1 cm ²	= 100 mm ²

Volumen umrechnen

(m³ - dm³ - cm³ - mm³)

Kubikmeter	Kubikdezimeter	Kubikzentimeter	Kubikmillimeter
1 m ³	= 1000 dm ³		
	1 dm ³	= 1000 cm ³	
		1 cm ³	= 1000 mm ³

1 dm³ = 1 l

(hl – l – cl – ml)

Hektoliter	Liter	Zentiliter	Milliliter
1 hl	= 100 l		
	1 l	= 100 cl	= 1000 ml
		1 cl	= 10 ml

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

35

Zeitspanne umrechnen

(d – h – min – s – ms)

Tag	Stunde	Minute	Sekunde	Millisekunden
1 d	= 24 h			
	1 h	= 60 min	= 3600 s	= 3600000 ms
		1 min	= 60 s	= 60000 ms
			1 s	= 1000 ms

Masse umrechnen

(t – kg – g – mg)

Tonne	Kilogramm	Gramm	Milligramm
1 t	= 1000 kg		
	1 kg	= 1000 g	
		1 g	= 1000 mg

Besondere Masse-Einheiten

(Doppelzentner dz – Zentner ztr – Pfund Pfd)

Doppelzentner	Zentner	Kilogramm	Pfund
1 dz	= 2 ztr	= 100 kg	
	1 ztr	= 50 kg	= 100 Pfd
		1 kg	= 2 Pfd

Zusammengesetzte Größen und ihre Einheiten

Geschwindigkeit

(Meter pro Sekunde $\frac{m}{s}$ – Kilometer pro Stunde $\frac{km}{h}$)

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

Direktes Umrechnen von $\frac{m}{s}$ in $\frac{km}{h}$

$$\frac{m}{s} \xrightarrow{\cdot 3,6} \frac{km}{h}$$

Direktes Umrechnen von $\frac{km}{h}$ in $\frac{m}{s}$

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{: 3,6} \frac{m}{s}$$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

36

Stundenlohn

(Euro pro Stunde $\frac{\text{€}}{h}$)

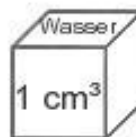
$$\text{Stundenlohn} = \frac{\text{Lohn}}{\text{Arbeitszeit}}$$

$$\text{Stundenlohn} = \frac{36 \text{ €}}{3 h} = 12 \frac{\text{€}}{h}$$

Dichte

(Gramm pro Kubikzentimeter $\frac{g}{\text{cm}^3}$ - Kilogramm pro Kubikdezimeter $\frac{kg}{\text{dm}^3}$ - Tonne pro Kubikmeter $\frac{t}{\text{m}^3}$)

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \quad \rho = \frac{m}{V}$$



Direktes Umrechnen von Dichten:

1 cm³ Wasser wiegt 1 g

$$1 \frac{g}{\text{cm}^3} = 1 \frac{kg}{\text{dm}^3} = 1 \frac{t}{\text{m}^3}$$

$$\rightarrow \text{Dichte}_{\text{Wasser}} = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

feste Stoffe (in g/cm³)

Aluminium	2,70	Kork	0,48 – 0,52
Blei	11,34	Kupfer	8,96
Diamant	3,51	Magnesium	1,73
Eisen	7,86	Papier	0,7 – 1,2
Glas	2,2 – 2,6	Platin	21,4
Gold	19,3	Silber	10,5
Graphit	2,26	Stahl	7,8
Holz	0,5 – 1,3	Zink	7,14

Flüssigkeiten (in g/cm³)

Aceton	0,79	Petroleum	0,8
Benzin	0,75	Quecksilber	13,58
Dieselmotortreibstoff	0,83	Spiritus	0,83
Erdöl	0,7 – 0,9	Wasser	1,0

Gase bei 0°C und 101,3 kPa (in g/dm³)

Ammoniak	0,77	Luft	1,29
Chlor	3,214	Propan	2,01
Erdgas	0,73 – 0,83	Sauerstoff	1,429
Helium	0,179	Stickstoff	1,251
Kohlendioxid	1,977	Wasserstoff	0,0899

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

37

Mathematische Zeichen			
$=$	gleich	\sin	Sinus
\neq	nicht gleich, ungleich	\cos	Kosinus
$<$	kleiner als	\tan	Tangens
\leq	kleiner oder gleich	$ a $	Betrag von a
$>$	größer als	Σ	Summe
\geq	größer oder gleich	\in	Element von
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa	\notin	nicht Element von
\cong	entspricht	$\{\}; \emptyset$	Leere Menge
\sim	proportional, ähnlich (geom.)	$\{x x = \dots\}$	Menge aller x, für die gilt: $x = \dots$
\equiv	kongruent, deckungsgleich	\subseteq	Teilmenge von
\parallel	parallel zu	\subset	echte Teilmenge von
\perp	rechtwinklig zu, senkrecht auf	\mathbb{D}	Definitionsmenge
\sphericalangle	Winkel	\mathbb{L}	Lösungsmenge
$\sphericalangle(g, h)$	Winkel zwischen g und h	\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
$\sphericalangle ASB$	Winkel ASB mit dem Scheitel S	\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen
\triangle	rechter Winkel (90°)	\mathbb{Q}	Menge der rationalen Zahlen
\overline{AB}	Strecke mit den Endpunkten A und B	\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
AB	Gerade durch die Punkte A und B	∞	unendlich

Griechisches Alphabet			
Griechisches Alphabet			
α ; A	Alpha	ν ; N	Ny
β ; B	Beta	ξ ; Ξ	Xi
γ ; Γ	Gamma	\omicron ; O	Omikron
δ ; Δ	Delta	π ; Π	Pi
ϵ ; E	Epsilon	ρ ; P	Rho
ζ ; Z	Zeta	σ ; Σ	Sigma
η ; H	Eta	τ ; T	Tau
θ ; Θ	Theta	υ ; Y	Ypsilon
ι ; I	Jota	φ ; Φ	Phi
κ ; K	Kappa	χ ; X	Chi
λ ; Λ	Lambda	ψ ; Ψ	Psi
μ ; M	My	ω ; Ω	Omega

Römische Zahlen						
Römische Zahlzeichen						
I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

38

Physikalische Formeln

Größe	Formel	Formel in Worten	Einheit
Kraft F			1 N (Newton) 100 g = 1 N 1000 g = 1 kg = 10 N
Masse m			1 mg, 1 g, 1 kg, 1 t
Druck p	$p = \frac{F}{A}$	Druck = $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$	1 Pa (Pascal) = $1 \frac{N}{m^2}$
Federkonstante D (Hooksches Gesetz)	$D = \frac{F}{s}$	Federkonstante = $\frac{\text{Kraft}}{\text{Strecke}}$	$1 \frac{N}{cm}$
Anziehungsfaktor g	$g = \frac{F}{m}$	Anziehungsfaktor = $\frac{\text{Gewichtskraft}}{\text{Masse}}$	$1 \frac{N}{kg}$ Anziehungsfaktor g auf der Erde: $\frac{9,81N}{1kg} \approx 10 \frac{N}{kg}$

Größe	Formel	Formel in Worten	Einheit
Mechanische Arbeit W (Energie)	$W = F \cdot s$	Arbeit = Kraft · Weg	1 J (Joule) = 1 Nm
Hubarbeit W	$W = F \cdot h$	Hubarbeit = Kraft · Höhe	
Drehmoment D	$D = F \cdot a$	Drehmoment = Kraft · Hebelarm	1 Nm
Hebelgesetz Linksdrehmoment = Rechtsdrehmoment	$F_1 \cdot a_1 = F_2 \cdot a_2$	Lastkraft 1 · Lastarm 1 = Lastkraft 2 · Lastarm 2	
Mechanische Leistung P	$P = \frac{W}{t}$	Leistung = $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$	$1 \text{ W (Watt)} = 1 \frac{J}{s}$ $1 \text{ W (Watt)} = 1 \frac{Nm}{s}$

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

39

Größe	Formel	Formel in Worten	Einheit
Spannung U			1 V (Volt) = 1000 mV
Stromstärke I			1 A (Ampere) = 1000 mA
Widerstand R	$R = \frac{U}{I}$	Widerstand = $\frac{\text{Spannung}}{\text{Stromstärke}}$	$1 \frac{V}{A} = 1 \Omega$ (Ohm)
Elektrische Leistung P (Energie)	$P = U \cdot I$	Leistung = Spannung · Stromstärke	1 VA (Voltampere) = 1 W (Watt)
Elektrische Arbeit W	$W = U \cdot I \cdot t$	Arbeit = Spannung · Stromstärke · Zeit	1 Wh (Wattstunde) 1 kWh (Kilowattstunde)

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

Inhaltsverzeichnis

Stochastik (Wahrscheinlichkeit)

1	Grundbegriffe	Urliste, Randliste, Strichliste, Häufigkeitsliste, Absolute Häufigkeit, Relative Häufigkeit
1	Statistische Kennwerte	Mittelwert, Zentralwert, Modalwert, Minimalwert, Maximalwert, Spannweite
2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	P(E), mehrstufige Zufallsversuche
3	Ziehen von Kugeln	
3	Vierfeldertafel	
3	Zehnerpotenzen	Bezeichnungen der Vorsilben
4	Potenzen	Potenzgesetze
4	Wurzeln	Quadratwurzel bis n-te Wurzel
5	Wachstum	Lineares Wachstum, exponentielles Wachstum
6	Rechenarten	Bezeichnung und Sprechweisen
6	Rechengesetze	Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz
6	Plusklammer und Minusklammer	Auflösen der Klammern
6	Rechenregeln bei rationalen Zahlen	
7	Binomische Formeln	
7	Gleichungen	
7	Lineare Gleichungssysteme	
8	Quadratische Gleichungen	Rein quadratische Gleichungen, Gemischt quadratische Gleichungen, p,q-Formel Quadratische Ergänzung
9	Funktionen	Proportionale Funktionen, Lineare Funktionen, Quadratische Funktionen
10	Quadratische Funktionen	Parabeln der Form $y = ax^2$, Parabeln der Form $y = ax^2 + c$
11		Parabeln der Form $y = a(x + b)^2$ Parabeln der Form $y = a(x + b)^2 + c$ Schnittpunkte von zwei Funktionen bestimmen
12	Trigonometrie	Kongruente Dreiecke, ähnliche Dreiecke
13		Strahlensätze
13		Verhalten von Winkeln an sich schneidenden Geraden
14		Winkelfunktionen (sin, cos, tan) Besondere Werte
15		Sinus, Kosinus und Tangens im Einheitskreis

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

15		Sinusfunktion als Graph
15		Sinusfunktion und Kosinusfunktion als Zusammenschau
16	Kreis und Kreisteile	Benennungen im Kreis, Umfang, Flächeninhalt. Kreisring
17		Kreisausschnitt, Kreisbogen, Bogenmaß, Kreisabschnitt (Segment)
18	Kreis und Dreieck	Satz des Thales, Satz vom Umfangswinkel, Umkreis, Inkreis
19	Dreiecke	Dreiecksarten, Umfang, Flächeninhalt, Winkelsumme
20		Seitenhalbierende und Schwerpunkt Satz des Pythagoras Höhensatz, Kathetensatz
21	Vierecke	Allgemeines Viereck, Winkelsumme im Viereck Quadrat, Raute, Drachen
22		Rechteck, Parallelogramm, Trapez, Regelmäßiges Sechseck, regelmäßiges n-Eck, Winkelsumme im n-Eck, Anzahl der Diagonalen im n-Eck
23	Geometrische Körper	Würfel, Quader, Prisma
24		Regelmäßiges Sechseckprisma, Kreiszyylinder
25		Pyramide
26		Regelmäßige Sechseckspyramide, regelmäßige n-Ecks-Pyramide, Kegel
27		Kugel, regelmäßige Körper (Platonische Körper)
28		Pyramidenstumpf
29		Kegelstumpf
30	Prozentrechnen	Grundwert G, Prozentwert P, Prozentsatz p% Vermehrter Grundwert, verminderter Grundwert Darstellung von Prozentsätzen in Diagrammen
31	Promillerechnung	
31	Begriffe bei der Warenkalkulation	
32	Zinsrechnung	Kapital K, Zinsen Z, Zinssatz p%, Monatszinsen, Tageszinsen, Sparformen (Zuwachssparen)
33	Brüche und Bruchrechnen	
33	Zahlenmengen	Natürliche Zahlen, Ganze Zahlen Rationale Zahlen, Reelle Zahlen
34	Größen und ihre Einheiten	Längen, Flächen, Volumen

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

35	Größen und ihre Einheiten	Zeitspanne, Masse
35	Zusammengesetzte Größen	Geschwindigkeit
36		Stundenlohn, Dichte, Dichte von Stoffen
37	Mathematische Zeichen	
37	Griechisches Alphabet	
37	Römische Zahlen	
38	Physikalische Formeln	Kraft F , Masse m , Druck p , Federkonstante D , Anziehungsfaktor g , Mechanische Arbeit W , Hubarbeit W , Drehmoment D , Hebelgesetze, Mechanische Leistung P
39		Spannung U , Stromstärke I , Widerstand R , Elektrische Leistung P , Elektrische Arbeit W

MATHEMATIK-FORMELSAMMLUNG FÜR DIE WERKREALSCHULABSCHLUSSPRÜFUNG KLASSE 10

