Begrifflichkeiten beim Wurzelziehen

Das Wurzelzeichen ist aus einem kleinen r entstanden. Das war die Abkürzung für radix (lateinisch: Wurzel).

Im 13. Jahrhundert schrieb Leonardo Fibonacci noch für die Quadratwurzel einer Zahl das abgebildete Zeichen, in dem ein großes R und ein x erkennbar sind.

Die heutige Schreibweise stammt aus dem 16. Jahrhundert.

Den Zahlen werden dabei die folgenden Begriffe zugeordnet.

Wurzelexponent

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

Radikand

Wert der Quadratwurzel

Die Quadratwurzel:

Die Quadratwurzel aus einer positiven Zahl x ist die Zahl, die mit sich selber multipliziert wieder die Zahl x ergibt.

Beispiel: $\sqrt[2]{36}$ = 6, weil 6· 6 = 36

Sprechweise: : $\sqrt[2]{36}$ „Die Quadratwurzel aus 36“

Für die Quadratwurzeln wurde vereinbart, dass man den Wurzelexponenten 2 weglässt.

Anstatt $\sqrt[2]{36}$ („Quadratwurzel aus 36“) schreibt man nur $\sqrt{36}$ („Wurzel aus 36).

Allgemein gilt:

$\sqrt{a^2}$ = a, weil a· a = a² (a ≥ 0)

Der Radikand a² ist immer positiv.

Der Wert der Quadratwurzel ist immer positiv.

$\sqrt{36}$ = 6, weil 6 · 6 = 36

Es gilt nicht: $\sqrt{36}$ = -6, weil -6 · -6 = 36

$\sqrt{0}$ = 0, weil 0 · 0 = 36

Rechnen mit Quadratwurzeln:

Addition und Subtraktion von Quadratwurzeln mit gleichem Radikanden.

$a \cdot \sqrt{x} + b \cdot \sqrt{x} = (a+b) \cdot \sqrt{x}$

$a \cdot \sqrt{x} - b \cdot \sqrt{x} = (a-b) \cdot \sqrt{x}$

(Distributivgesetz!)

Beweis mit Hilfe eines konkreten Beispiels:

$2 \cdot \sqrt{9} + 3 \cdot \sqrt{9} = (2+3) \cdot \sqrt{9}$

$2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 5 \cdot 3$

$6 + 9 = 15$

$15 = 15$

Multiplikation

$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{x \cdot y}$

Beweis mit Hilfe eines konkreten Beispiels:

$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4 \cdot 9}$

$2 \cdot 3 = \sqrt{36}$

$6 = 6$

Division

$\sqrt{x} : \sqrt{y} = \sqrt{x : y}$

Beweis mit Hilfe eines konkreten Beispiels:

$\sqrt{121} : \sqrt{4} = \sqrt{121 : 4}$

$11 : 2 = \sqrt{30{,}25}$

$5{,}5 = 5{,}5$

Teilweise radizieren (Teilweise wurzelziehen)

Kann der Radikand einer Quadratwurzel so in Faktoren zerlegt werden, dass quadratische Faktoren entstehen, so kann teilweise radiziert werden.

Beispiele:

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{23} = 6 \cdot \sqrt{2}$

Übungsaufgaben:

Addition und Subtraktion

1 Addiere oder subtrahiere und berechne den Term.

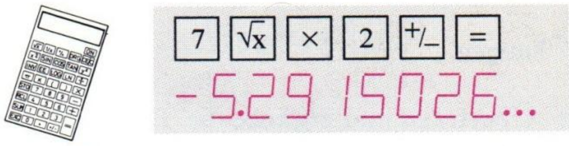
a) $4\sqrt{9}+\sqrt{9}$
b) $9\sqrt{36}-6\sqrt{36}$
c) $2\sqrt{16}+\frac{1}{8}\sqrt{16}$
d) $\frac{1}{3}\sqrt{144}-\sqrt{144}$
e) $2{,}4\sqrt{121}+\sqrt{121}$
f) $0{,}1\sqrt{25}-0{,}2\sqrt{25}$

2 Fasse zusammen.

a) $3\sqrt{a}-5\sqrt{a}$
b) $3n\sqrt{a}-4n\sqrt{a}$
c) $a\sqrt{ax}+b\sqrt{ax}$
d) $1{,}8\sqrt{x}-2{,}9\sqrt{x}$
e) $4\frac{1}{2}\sqrt{ab}+\frac{1}{3}\sqrt{ab}$
f) $2a\sqrt{b}-\frac{1}{4}a\sqrt{b}$

3 Fasse zusammen und berechne mit Hundertstel Genauigkeit.

Beispiel: $3\sqrt{7}-5\sqrt{7}=-2\sqrt{7}$



$-2\sqrt{7}\approx-5{,}29$

a) $2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$
b) $8\sqrt{8}-5\sqrt{8}$
c) $3\sqrt{2}-4\sqrt{2}$
d) $7\sqrt{10}+5\sqrt{10}$
e) $8\sqrt{6}-10\sqrt{6}$
f) $6\sqrt{5}-9\sqrt{5}$

Multiplikation

1 Berechne vorteilhaft.

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$
b) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{24}$
c) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{32}$
d) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{45}$
e) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{54}$
f) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{98}$

2 Berechne vorteilhaft.

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{25}$
b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{12{,}25}$
c) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{8}$
d) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}$
e) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{8{,}1}$
f) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{12{,}25}$

Teilweise radizieren

1 Schreibe die Wurzel als Produkt.

a) $\sqrt{12}$
b) $\sqrt{18}$
c) $\sqrt{45}$
d) $\sqrt{150}$
e) $\sqrt{60a}$
f) $\sqrt{50b}$
g) $\sqrt{300xy}$
h) $\sqrt{147ab^2}$

2 Bringe den Faktor unter die Wurzel.

Beispiel: $3\sqrt{2}=\sqrt{3\cdot3\cdot2}=\sqrt{18}$

a) $2\sqrt{5}$
b) $4\sqrt{3}$
c) $5\sqrt{7}$
d) $0{,}1\sqrt{12}$
e) $a\sqrt{b}$
f) $2x\sqrt{0{,}5y}$

Division

1 Berechne.

a) $\sqrt{75} : \sqrt{3}$ c) $\sqrt{45} : \sqrt{5}$ e) $\sqrt{108} : \sqrt{3}$

b) $\sqrt{80} : \sqrt{5}$ d) $\sqrt{68} : \sqrt{17}$ f) $\sqrt{288} : \sqrt{2}$

2 Berechne.

Beispiel: $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$

a) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$ c) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$ e) $\sqrt{1\frac{17}{64}}$

b) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ d) $\sqrt{6\frac{19}{25}}$ f) $\sqrt{1\frac{40}{81}}$