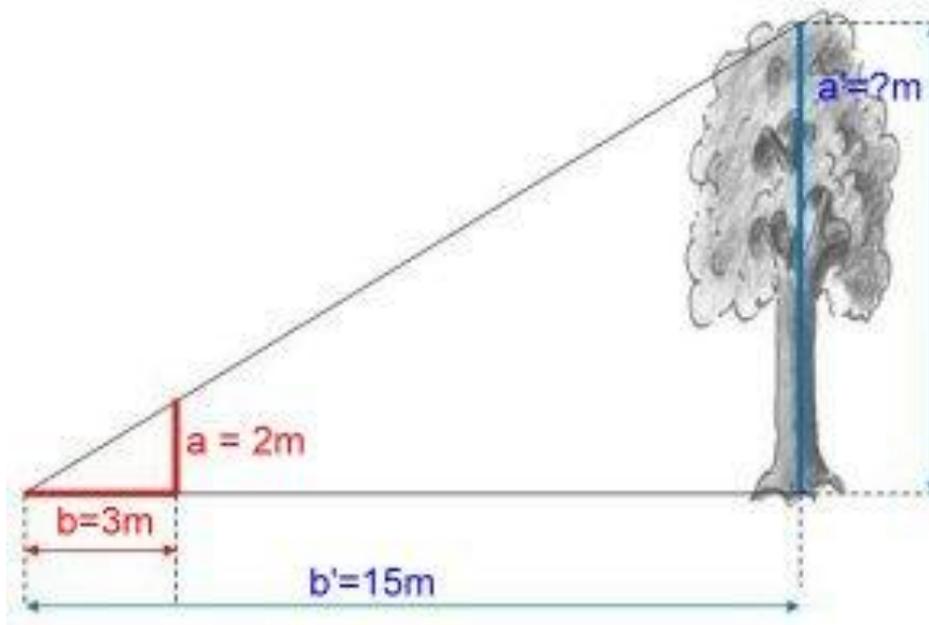


Die Strahlensätze

Eingangsaufgabe:

Berechne die Höhe des Baumes.



Das rote und das blaue Dreieck sind ähnlich, deshalb gilt:

Die Längenverhältnisse der Seiten entsprechen sich.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \quad | \cdot b'$$

$$\frac{a \cdot b'}{b} = a'$$

$$\frac{2\text{m} \cdot 15\text{m}}{3\text{m}} = a'$$

$$\underline{\underline{10\text{ m} = a'}}$$

Wozu benötigen wir die Strahlensätze?

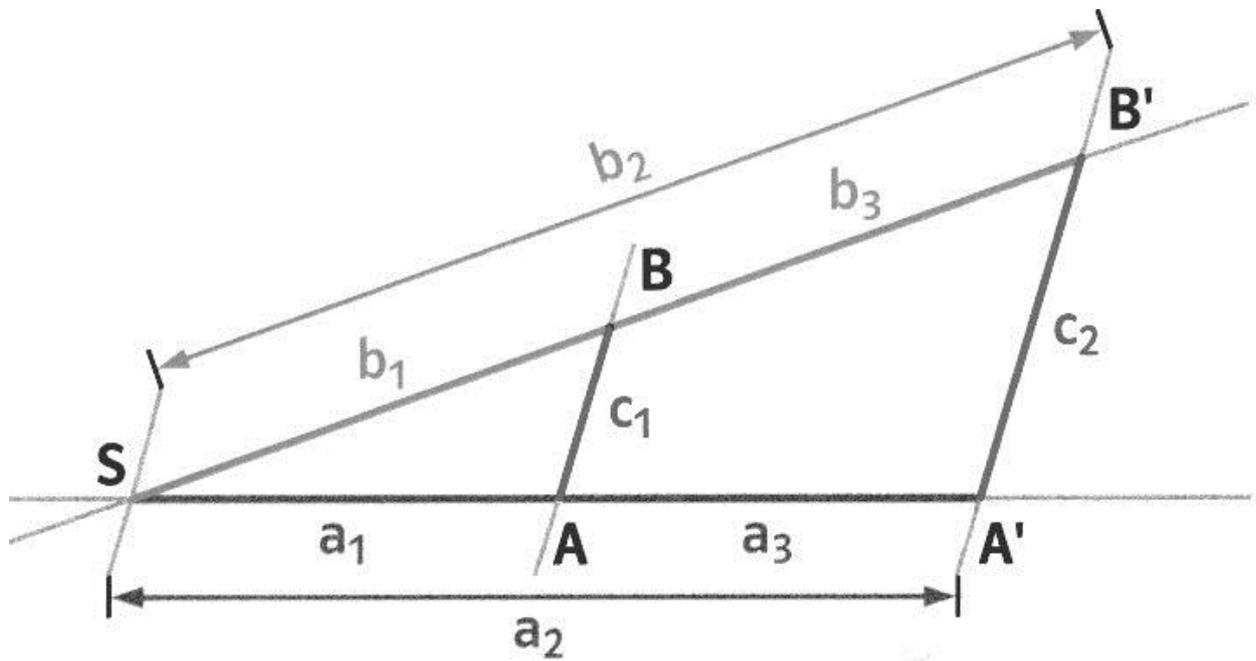
Die Strahlensätze befassen sich mit den Gesetzmäßigkeiten von Streckenverhältnissen an den Strahlensatzfiguren.

Diese Gesetzmäßigkeiten ermöglichen die Berechnung von Teilstrecken, deren Längen nicht gemessen werden können.

Die Strahlensätze finden Anwendung bei der Bestimmung von Entfernungen oder Höhen.

Erster Strahlensatz

Hier geht es um die Verhältnisse von Strahlenabschnitten.



Wir betrachten:

Das kleine Dreieck SAB und das große Dreieck SA'B'

Die Dreiecke sind ähnlich.

Deshalb wissen wir:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \quad | \cdot b_1$$

$$a_1 = \frac{a_2 \cdot b_1}{b_2} \quad | : a_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

Wir wissen auch noch:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_1+a_3}{b_1+b_3} \quad | \cdot b_1$$

$$a_1 = \frac{(a_1+a_3) \cdot b_1}{b_1+b_3} \quad | \cdot (b_1 + b_3)$$

$$a_1 \cdot (b_1 + b_3) = (a_1 + a_3) \cdot b_1$$

$$a_1 b_1 + a_1 b_3 = a_1 b_1 + a_3 b_1 \quad | - a_1 b_1$$

$$a_1 b_3 = a_3 b_1 \quad | : b_3$$

$$a_1 = \frac{a_3 b_1}{b_3} \quad | : a_3$$

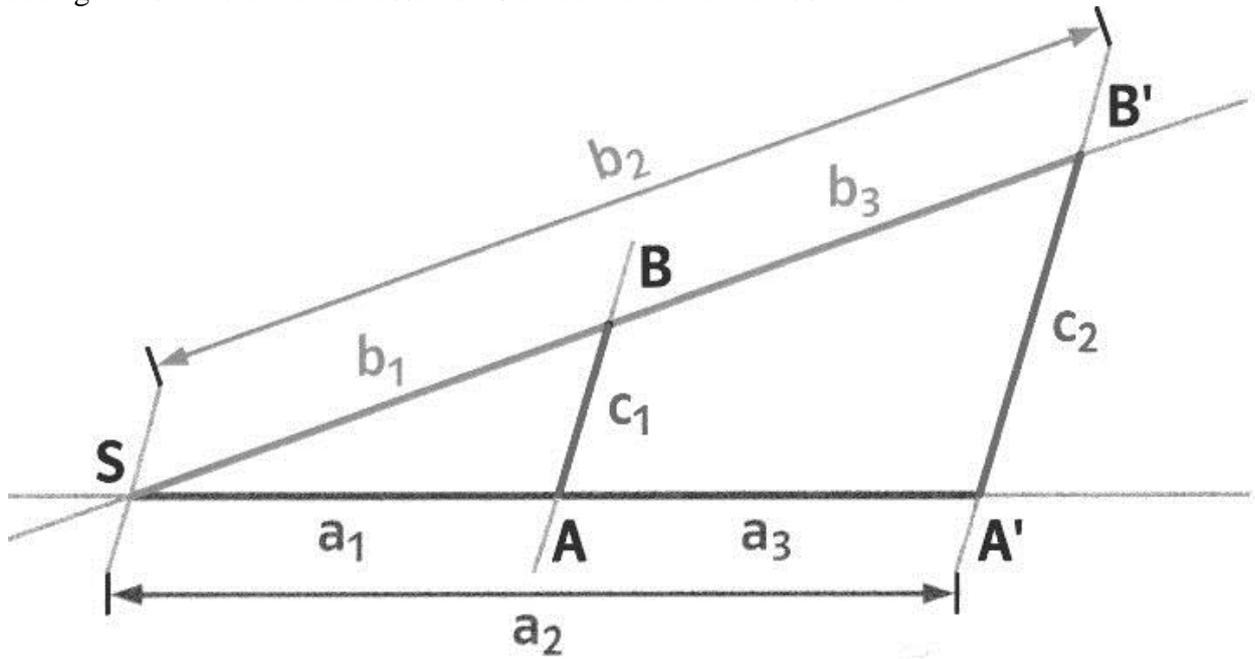
$$\frac{a_1}{a_3} = \frac{b_1}{b_3}$$

Zusammenfassung: Erster Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{und} \quad \frac{a_1}{a_3} = \frac{b_1}{b_3}$$

Zweiter Strahlensatz

Hier geht es um die Verhältnisse von Strahlen- und Parallelabschnitten.



Wir betrachten:

Das kleine Dreieck SAB und das große Dreieck SA'B'

Die Dreiecke sind ähnlich.

Deshalb wissen wir:

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} \quad | \cdot c_1$$

$$a_1 = \frac{a_2 \cdot c_1}{c_2} \quad | : a_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Wir wissen auch noch:

$$\frac{b_1}{c_1} = \frac{b_2}{c_2} \quad | \cdot c_1$$

$$b_1 = \frac{b_2 \cdot c_1}{c_2} \quad | : b_2$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Zusammenfassung: Zweiter Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{und} \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$