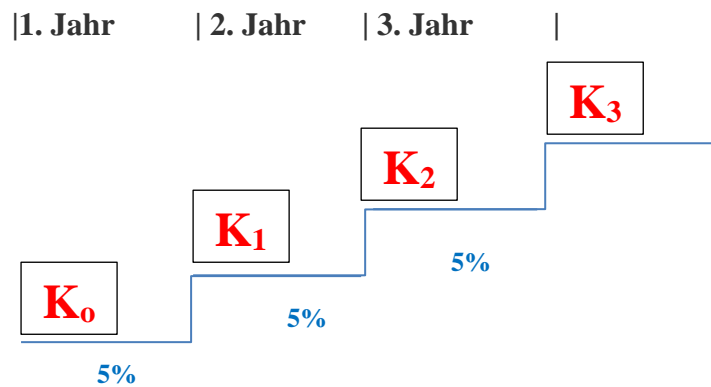


Zinstreppe (Kapital nach n-Jahren berechnen)

Aufgabe:

Auf wie viel Euro wachsen 3450,00 EUR bei 6,4 % Zinssatz in 3 Jahren an?

Skizze:



Der Zinssatz beträgt jährlich 5 %..

Berechnung von K_3 über den Dreisatz:

Berechnung von K_1 :

100 % $\hat{=}$ 3450,00 EUR

1 % $\hat{=}$ 34,50 EUR

105 % $\hat{=}$ 3622,50 EUR

Berechnung von K_2 :

100 % $\hat{=}$ 3622,50 EUR

1 % $\hat{=}$ 36,225 EUR

105 % $\hat{=}$ 3803,625 EUR

Berechnung von K_3 :

100 % $\hat{=}$ 3803,625 EUR

1 % $\hat{=}$ 38,03625 EUR

105 % $\hat{=}$ 3993,80625 EUR

\approx 3993,81 EUR

Berechnung von K_3 über den Zinsfaktor:

Der Zinssatz beträgt jährlich 5 %..

Der Zinsfaktor f beträgt also 1,05 ($f = 1,05$)

Exkurs: Umrechnung von Zinssatz in den Zinsfaktor

Zinssatz	Zinsfaktor
$p \% = \frac{p}{100}$	$1 + \frac{p}{100}$
$5 \% = \frac{5}{100}$	$1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$
$6,4 \% = \frac{6,4}{100}$	$1 + \frac{6,4}{100} = 1 + 0,064 = 1,064$
$12 \% = \frac{12}{100}$	$1 + \frac{12}{100} = 1 + 0,12 = 1,12$
$50 \% = \frac{50}{100}$	$1 + \frac{50}{100} = 1 + 0,50 = 1,5$
$99 \% = \frac{99}{100}$	$1 + \frac{99}{100} = 1 + 0,99 = 1,99$
$100 \% = \frac{100}{100}$	$1 + \frac{100}{100} = 1 + 1 = 2$

Berechnung von K_1 :

$$K_1 = K_0 \cdot f$$

$$= 3450,00 \text{ EUR} \cdot 1,05$$

$$= 3622,50 \text{ EUR}$$

Berechnung von K_2 :

$$K_2 = K_1 \cdot f$$

$$= 3622,50 \text{ EUR} \cdot 1,05$$

$$= 3803,625 \text{ EUR}$$

Berechnung von K_3 :

$$K_3 = K_2 \cdot f$$

$$= 3803,625 \text{ EUR} \cdot 1,05$$

$$= 3993,80625 \text{ EUR}$$

$$\approx \underline{\underline{3993,81 \text{ EUR}}}$$

Berechnung von K_3 über die Zinseszinsformel:

Die Zinseszins-Formel

Werden Zinsen nach jeder Zinsperiode dem Kapital zugeschlagen und fortan mitverzinst, so spricht man von Zinseszins.

Die Zinseszinsformel ermittelt das Endkapital K_n , wenn ein Anfangskapital K_0 für die Dauer von n Jahren zu einem Zinssatz von p % angelegt wird.

Mit der Zinseszinsformel wird angenommen, dass die Zinsen jährlich dem Anlagekapital zugeschlagen und dann ihrerseits verzinst werden. Dieser Zins auf Zinsen wird als Zinseszins bezeichnet und in der Zinseszinsformel berücksichtigt.

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

oder

$$K_n = K_0 \cdot (f)^n$$

K_n : Endkapital inkl. Zinsen nach n Jahren

K_0 : angelegtes Anfangskapital

p : Zinssatz in Prozent

n : Anzahl der Jahre

$$K_3 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$$

oder

$$K_3 = K_0 \cdot (f)^3$$

$$= 3450,00 \text{ EUR} \cdot (1,05)^3$$

$$= 3993,80625 \text{ EUR}$$

$$\approx \underline{\underline{3993,81 \text{ EUR}}}$$

Verallgemeinerung und Hinführung zur Formel für exponentielles Wachstum:

Die Berechnungen an der Zinstreppe stellen ein Wachstum dar.

Das Kapital K_0 wächst in n Zeitschritten auf das Kapital K_n an.

Dabei gibt der Zinsfaktor f an, wie schnell das Kapital wächst.

Zinstreppe	Exponentielles Wachstum
K_0 (Anfangskapital)	W_0 (Anfangswert)
Zinssatz $\frac{p}{100}$	Prozentsatz des Wachstums(=Wachstumsrate) $\frac{p}{100}$
Zinsfaktor $f = 1 + \frac{p}{100}$	Wachstumsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$
n (Anzahl der Jahre)	n (Anzahl der Zeitabschnitte)
Formel: $K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ oder $K_n = K_0 \cdot (f)^n$	Formel: $W_n = W_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ oder $W_n = W_0 \cdot (q)^n$