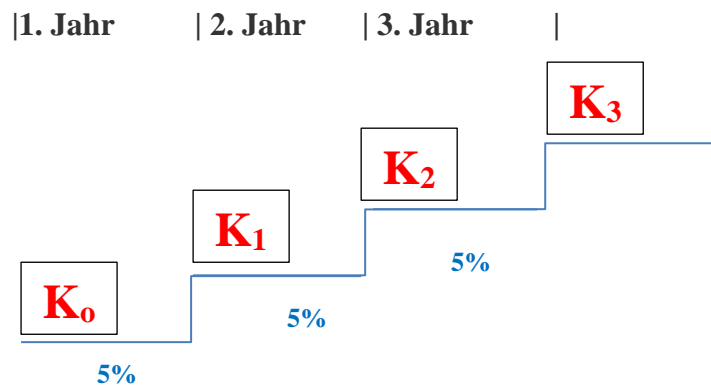


## Zinstreppe (Kapital nach n-Jahren berechnen)

### Aufgabe:

Auf wie viel Euro wachsen 3450,00 EUR bei 6,4 % Zinssatz in 3 Jahren an?

### Skizze:



Der Zinssatz beträgt jährlich 5 %..

### Berechnung von $K_3$ über den Dreisatz:

#### Berechnung von $K_1$ :

100 %  $\hat{=}$  3450,00 EUR

1 %  $\hat{=}$  34,50 EUR

105 %  $\hat{=}$  3622,50 EUR

#### Berechnung von $K_2$ :

100 %  $\hat{=}$  3622,50 EUR

1 %  $\hat{=}$  36,225 EUR

105 %  $\hat{=}$  3803,625 EUR

#### Berechnung von $K_3$ :

100 %  $\hat{=}$  3803,625 EUR

1 %  $\hat{=}$  38,03625 EUR

105 %  $\hat{=}$  3993,80625 EUR

$\approx$  3993,81 EUR

### Berechnung von $K_3$ über den Zinsfaktor:

Der Zinssatz beträgt jährlich 5 %..

Der Zinsfaktor  $f$  beträgt also 1,05 ( $f = 1,05$ )

*Exkurs: Umrechnung von Zinssatz in den Zinsfaktor*

Zinssatz	Zinsfaktor
$p \% = \frac{p}{100}$	$1 + \frac{p}{100}$
$5 \% = \frac{5}{100}$	$1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$
$6,4 \% = \frac{6,4}{100}$	$1 + \frac{6,4}{100} = 1 + 0,064 = 1,064$
$12 \% = \frac{12}{100}$	$1 + \frac{12}{100} = 1 + 0,12 = 1,12$
$50 \% = \frac{50}{100}$	$1 + \frac{50}{100} = 1 + 0,50 = 1,5$
$99 \% = \frac{99}{100}$	$1 + \frac{99}{100} = 1 + 0,99 = 1,99$
$100 \% = \frac{100}{100}$	$1 + \frac{100}{100} = 1 + 1 = 2$

### Berechnung von $K_1$ :

$$K_1 = K_0 \cdot f$$

$$= 3450,00 \text{ EUR} \cdot 1,05$$

$$= 3622,50 \text{ EUR}$$

### Berechnung von $K_2$ :

$$K_2 = K_1 \cdot f$$

$$= 3622,50 \text{ EUR} \cdot 1,05$$

$$= 3803,625 \text{ EUR}$$

### Berechnung von $K_3$ :

$$K_3 = K_2 \cdot f$$

$$= 3803,625 \text{ EUR} \cdot 1,05$$

$$= 3993,80625 \text{ EUR}$$

$$\approx \underline{\underline{3993,81 \text{ EUR}}}$$

## Berechnung von $K_3$ über die Zinseszinsformel:

### Die Zinseszins-Formel

Werden Zinsen nach jeder Zinsperiode dem Kapital zugeschlagen und fortan mitverzinst, so spricht man von Zinseszins.

Die Zinseszinsformel ermittelt das Endkapital  $K_n$ , wenn ein Anfangskapital  $K_0$  für die Dauer von  $n$  Jahren zu einem Zinssatz von  $p$  % angelegt wird.

Mit der Zinseszinsformel wird angenommen, dass die Zinsen jährlich dem Anlagekapital zugeschlagen und dann ihrerseits verzinst werden. Dieser Zins auf Zinsen wird als Zinseszins bezeichnet und in der Zinseszinsformel berücksichtigt.

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

oder

$$K_n = K_0 \cdot (f)^n$$

$K_n$ : Endkapital inkl. Zinsen nach  $n$  Jahren

$K_0$ : angelegtes Anfangskapital

$p$  : Zinssatz in Prozent

$n$  : Anzahl der Jahre

$$K_3 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$$

oder

$$K_3 = K_0 \cdot (f)^3$$

$$= 3450,00 \text{ EUR} \cdot (1,05)^3$$

$$= 3993,80625 \text{ EUR}$$

$$\approx \underline{\underline{3993,81 \text{ EUR}}}$$

### Verallgemeinerung und Hinführung zur Formel für exponentielles Wachstum:

Die Berechnungen an der Zinstreppe stellen ein Wachstum dar.

Das Kapital  $K_0$  wächst in  $n$  Zeitschritten auf das Kapital  $K_n$  an.

Dabei gibt der Zinsfaktor  $f$  an, wie schnell das Kapital wächst.

Zinstreppe	Exponentielles Wachstum
$K_0$ (Anfangskapital)	$W_0$ (Anfangswert)
Zinssatz $\frac{p}{100}$	Prozentsatz des Wachstums(=Wachstumsrate) $\frac{p}{100}$
Zinsfaktor $f = 1 + \frac{p}{100}$	Wachstumsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$
$n$ (Anzahl der Jahre)	$n$ (Anzahl der Zeitabschnitte)
<b>Formel:</b> $K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ oder $K_n = K_0 \cdot (f)^n$	<b>Formel:</b> $W_n = W_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ oder $W_n = W_0 \cdot (q)^n$