Die Diskriminante in der p,q-Formel

Die p,q-Formel lautet:

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Was ist die Diskriminante?

Die Diskriminante ist der Wert, welcher unter dem Wurzelzeichen steht.

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Die Diskriminante wird mit D abgekürzt,
also $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

Der Begriff „Diskriminante“ kommt aus der lateinischen Sprache:

discriminare = unterscheiden.

Die Diskriminante D zeigt, wie viel Lösungen die gemischt quadratische Gleichung hat

Fall I: Gemischt quadratische Gleichung mit zwei Lösungen (D>0)

$$\mathbf{x^2 + 6x + 5 = 0}$$

Schritt 1: Gleichung in die Normalform $x^2 + px + q = 0$ bringen

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

Schritt 2: Bestimmen der Koeffizienten p und q

$p = +6$ $q = +5$

Schritt 3: **$x_{1,2}$ ausrechnen mit Hilfe der p,q-Formel**

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$= -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$= -3 \pm \sqrt{(3)^2 - 5}$$

$$= -3 \pm \sqrt{4} \qquad (D>0)$$

$$= -3 \pm 2$$

$x_1 = -1$ und $x_2 = -5$

$L = \{-5; -1\}$

Überprüfung mit Hilfe einer Zeichnung

$x^2 + 6x + 5 = 0$

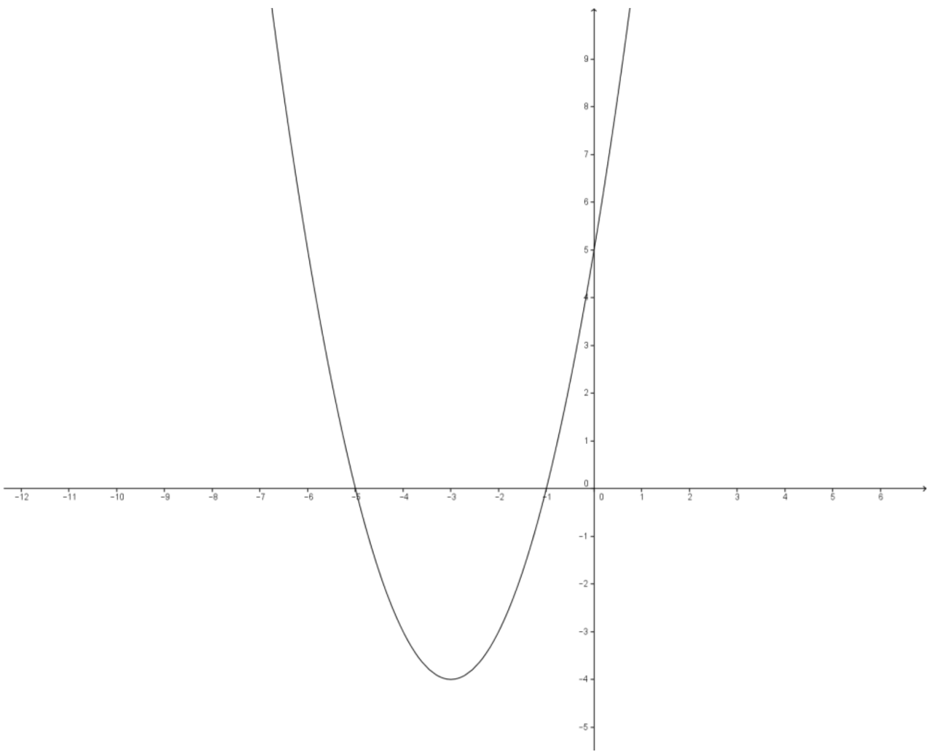
Schritt 1: Umformen in eine quadratische Funktion

$x^2 + 6x \quad + 5 = 0$	$\vert +9$	Quadratische Ergänzung
$x^2 + 6x + 9 + 5 = 0 + 9$		1. Binomische Formel rückwärts
$(x + 3)^2 + 5 = 9$	$\vert -9$	
$(x + 3)^2 - 4 = 0$		

Schritt 2: Darstellung als Funktionsgleichung

$y = (x + 3)^2 - 4$

Schritt 3: Funktionsgleichung zeichnen



Schritt 4: Bestimmung der Nullstellen

$N_1(-1|0)$ $\qquad$ $N_2(-5|0)$

Fall II: Gemischt quadratische Gleichung mit einer Lösungen (D=0)

$$\mathbf{x^2 - 8x + 16 = 0}$$

Schritt 1: Gleichung in die Normalform $x^2 + px + q = 0$ bringen

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

Schritt 2: Bestimmen der Koeffizienten p und q

$p = -8$ $\quad\quad q = +16$

Schritt 3: **$x_{1,2}$ ausrechnen mit Hilfe der p,q-Formel**

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$= -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 16}$$

$$= --4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 16}$$

$$= +4 \pm \sqrt{16 - 16}$$

$$= +4 \pm \sqrt{0} \qquad (D = 0)$$

$$= +4 \pm 0$$

$x_1 = 4$

L = {4}

Überprüfung mit Hilfe einer Zeichnung

$x^2 - 8x + 16 = 0$

Schritt 1: Umformen in eine quadratische Funktion

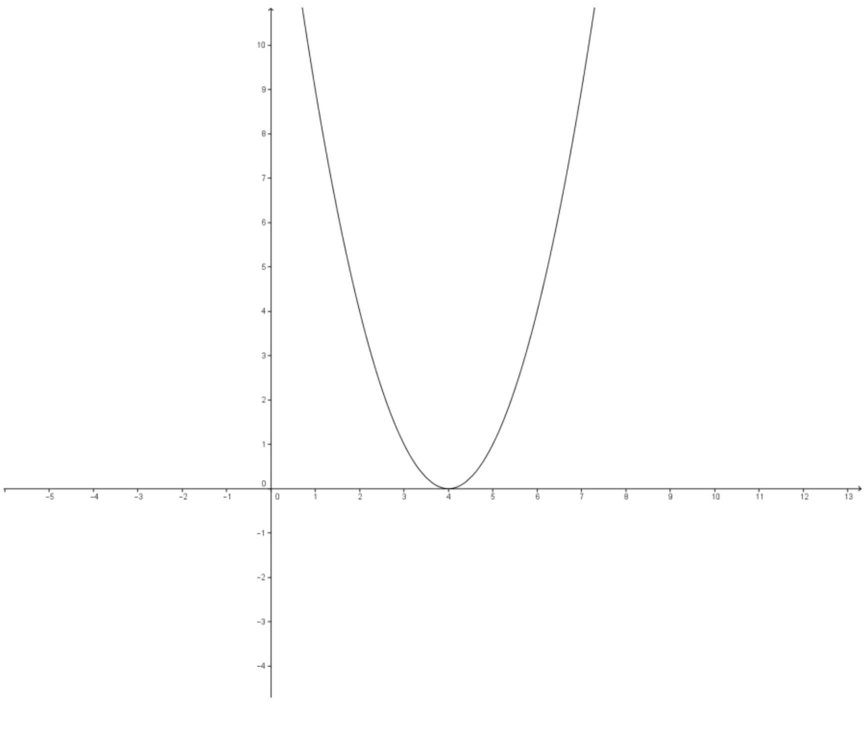
$x^2 - 8x + 16 = 0$ 2. Binomische Formel rückwärts

$(x - 4)^2 = 0$

Schritt 2: Darstellung als Funktionsgleichung

$y = (x - 4)^2$

Schritt 3: Funktionsgleichung zeichnen



Schritt 4: Bestimmung der Nullstellen

$N_1(4|0)$

Fall III: Gemischt quadratische Gleichung mit keiner Lösung (D<0)

$$\mathbf{x^2 + 6x = -10}$$

Schritt 1: Gleichung in die Normalform $x^2 + px + q = 0$ bringen

$$x^2 + 6x = -10 \qquad |+10$$

$$x^2 + 6x + 10 = 0$$

Schritt 2: Bestimmen der Koeffizienten p und q

$p = +6$ $\qquad q = +10$

Schritt 3: **$x_{1,2}$ ausrechnen mit Hilfe der p,q-Formel**

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$= -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 10}$$

$$= -3 \pm \sqrt{(3)^2 - 10}$$

$$= +4 \pm \sqrt{9 - 10}$$

$$= +4 \pm \sqrt{-1} \qquad (D < 0)$$

Der Radikand ist negativ und somit nicht definiert.
Die Formel kann somit nicht ausgerechnet werden.

L = { }

Überprüfung mit Hilfe einer Zeichnung

$x^2 + 6x = -10$

Schritt 1: Umformen in eine quadratische Funktion

$x^2 + 6x = -10 \quad |+9$ Quadratische Ergänzung

$x^2 + 6x + 9 = -10 + 9$ 1. Binomische Formel rückwärts

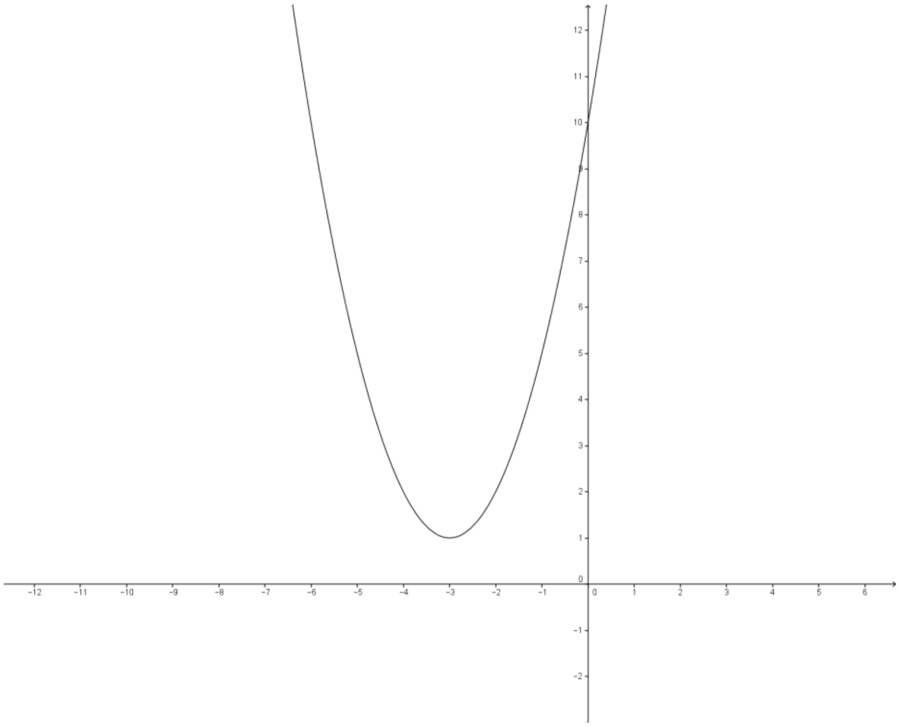
$(x + 3)^2 = -1$

$(x + 3)^2 + 1 = 0$

Schritt 2: Darstellung als Funktionsgleichung

$y = (x + 3)^2 + 1$

Schritt 3: Funktionsgleichung zeichnen



Schritt 4: Bestimmung der Nullstellen

Diese Parabel hat keine Nullstellen.