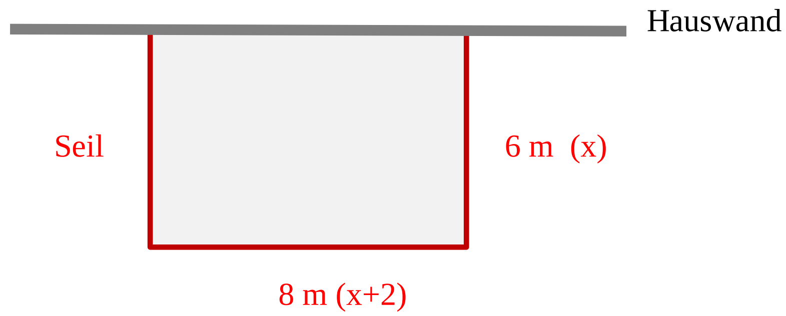
Gemischt quadratische Gleichungen

Einführung in die Problematik über eine Rechenaufgabe:

Aufgabe:

Eine Klasse soll einen Tischtennisplatz direkt an der Schulhauswand mit einem Seil abgrenzen. Das Seil ist 20 Meter lang. Die Spielfläche soll 48 m² betragen und rechteckig sein. Die Breite und Länge der Spielfläche soll sinnvoll an die Form der Tischtennisplatte angepasst werden.

Skizze:



Wenn man die Textaufgabe rechnerisch lösen will, muss man eine Gleichung aufstellen:

$x \cdot (x+2) = 48$

$\mathbf{x^2 + 2x = 48}$

Der Begriff „gemischt quadratische Gleichung“

Man nennt diese Gleichung „gemischt quadratisch“, weil dir Variable x einfach und auch noch als Quadat, also x^2 vorkommt.

$$\mathbf{x^2 + 2x = 48}$$

$\boxed{\text{x als Quadrat}}$ $\boxed{\text{Normales x}}$

Wie kann man die gemischt quadratische Gleichung rechnerisch lösen?

Schritt 1: Gleichung in die Normalform $x^2 + px + q = 0$ bringen

$$x^2 + 2x = 48 \qquad |-48$$
$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

Schritt 2: Bestimmen der Koeffizienten p und q

$p = +2$ $\qquad q = -48$

Schritt 3: **$x_{1,2}$ ausrechnen mit Hilfe der p,q-Formel**

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - -48}$$
$$= -1 \pm \sqrt{(1)^2 + 48}$$
$$= -1 \pm \sqrt{49}$$
$$= -1 \pm 7$$

$x_1 = 6$ und $x_2 = -8$

In unserer Aufgabe suchen wir eine Strecke. Strecken sind nur positiv, also $x = 6$

Lösung: Die Spielfläche ist 8 m lang und 6 m breit.

Weiteres Beispiel: $4x^2 + 40x = 44$

Schritt 1: In die Normalform $x^2 + px + q = 0$ bringen

$$4x^2 + 40x = 44 \qquad |-44$$
$$4x^2 + 40x - 44 = 0 \qquad |:4$$
$$\frac{4x^2+40x-44}{4} = \frac{0}{4}$$
$$\frac{4\cdot(x^2+10x-11)}{4} = 0$$
$$x^2 + 10x - 11 = 0$$

Schritt 2: Bestimmen der Koeffizienten p und q

$p = +10$ $\qquad$ $q = -11$

Schritt 3: $x_{1,2}$ ausrechnen mit Hilfe der p,q-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - -11}$$
$$= -5 \pm \sqrt{(5)^2 + 11}$$
$$= -5 \pm \sqrt{25 + 11}$$
$$= -5 \pm \sqrt{36}$$
$$= -5 \pm 6$$

$x_1 = 1$ und $x_2 = -11$

L = $\{-1; 1\}$