

Rein quadratischen Gleichungen rechnerisch und zeichnerisch lösen

Beispiel 1: $x^2 = 4$

Rechnerische Lösung: Durch Äquivalenzumformungen

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$

$$L = \{-2; 2\}$$

Zeichnerische Lösung:

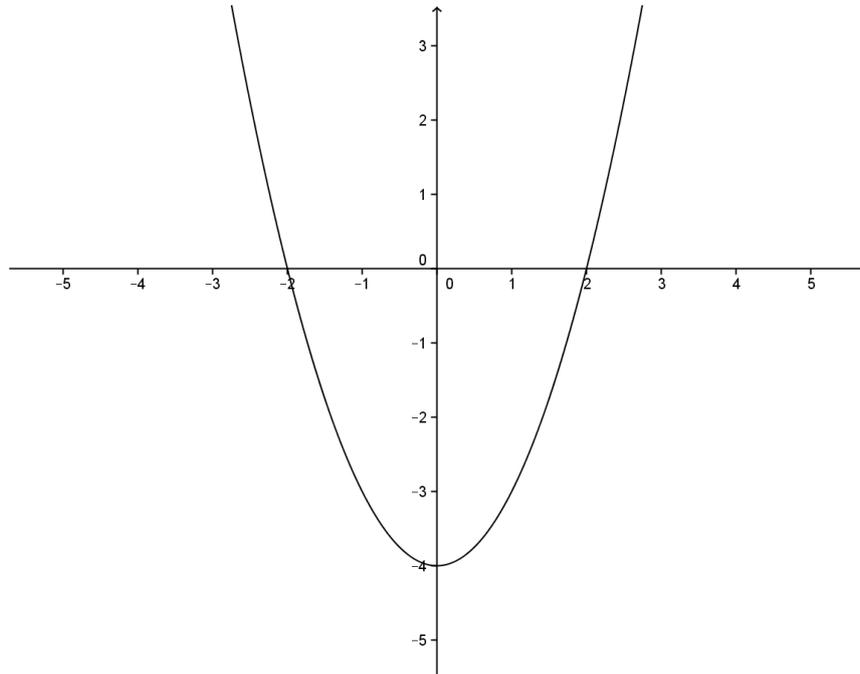
Schritt 1: Rein quadratische Gleichung durch Äquivalenzumformung so verändern, dass auf einer Seite 0 steht.

$$\begin{aligned} x^2 &= 4 && | -4 \\ x^2 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

Schritt 2: Diese Gleichung kann man nun als quadratische Funktion auffassen.

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &= 0 \\ x^2 - 4 &= y \end{aligned}$$

Schritt 3: Zeichnen der Funktion $y = x^2 - 4$



Schritt 4: Die Nullstellen der quadratischen Funktion sind die Lösungen der quadratischen Gleichung.

$$x_1 = +2 \quad x_2 = -2$$

$$L = \{-2; 2\}$$

Beispiel 2: $3x^2 = 27$

Rechnerische Lösung: Durch Äquivalenzumformungen

$$3x^2 = 27 \quad | :3$$

$$x^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = \pm 3$$

$$L = \{-3; 3\}$$

Zeichnerische Lösung:

Schritt 1: Rein quadratische Gleichung durch Äquivalenzumformung so verändern, dass auf einer Seite 0 steht.

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 27 && | -27 \\ 3x^2 - 27 &= 0 && | :3 \\ \frac{3x^2 - 27}{3} &= \frac{0}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{3(x^2 - 9)}{3} = \frac{0}{3} \quad \text{Distributivgesetz}$$

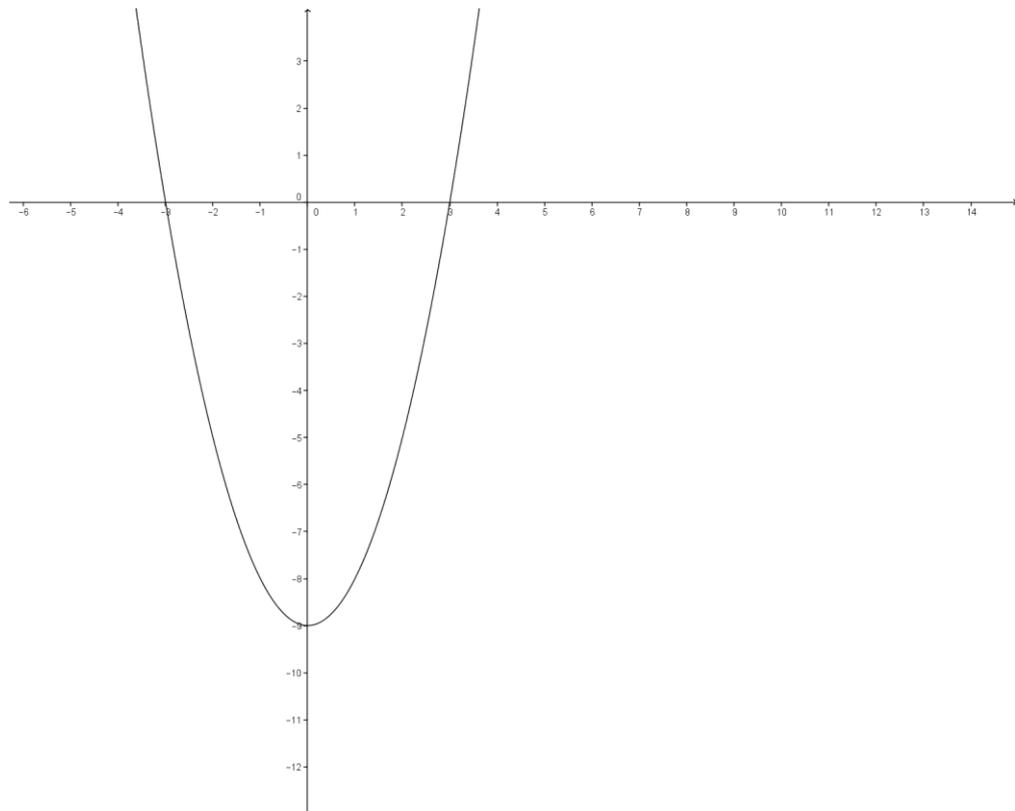
$$x^2 - 9 = 0$$

Schritt 2: Diese Gleichung kann man nun als quadratische Funktion auffassen.

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 - 9 = y$$

Schritt 3: Zeichnen der Funktion $y = x^2 - 9$



Schritt 4: Die Nullstellen der quadratischen Funktion sind die Lösungen der quadratischen Gleichung.

$$x_1 = +3 \quad x_2 = -3$$

$$L = \{-3; 3\}$$

Beispiel 3: $\frac{1}{4}x^2 = 4$

Rechnerische Lösung: Durch Äquivalenzumformungen

$$\frac{1}{4}x^2 = 4 \quad | \cdot \frac{1}{4} \text{ oder } \cdot 4$$

$$x^2 = 16 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$

$$x_{1,2} = \pm 4$$

$$L = \{-4; 4\}$$

Zeichnerische Lösung:

Schritt 1: Rein quadratische Gleichung durch Äquivalenzumformung so verändern, dass auf einer Seite 0 steht.

$$\frac{1}{4}x^2 = 4 \quad | -4$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 4 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 - 4\right) = 4 \cdot 0 \quad \text{Distributivgesetz}$$

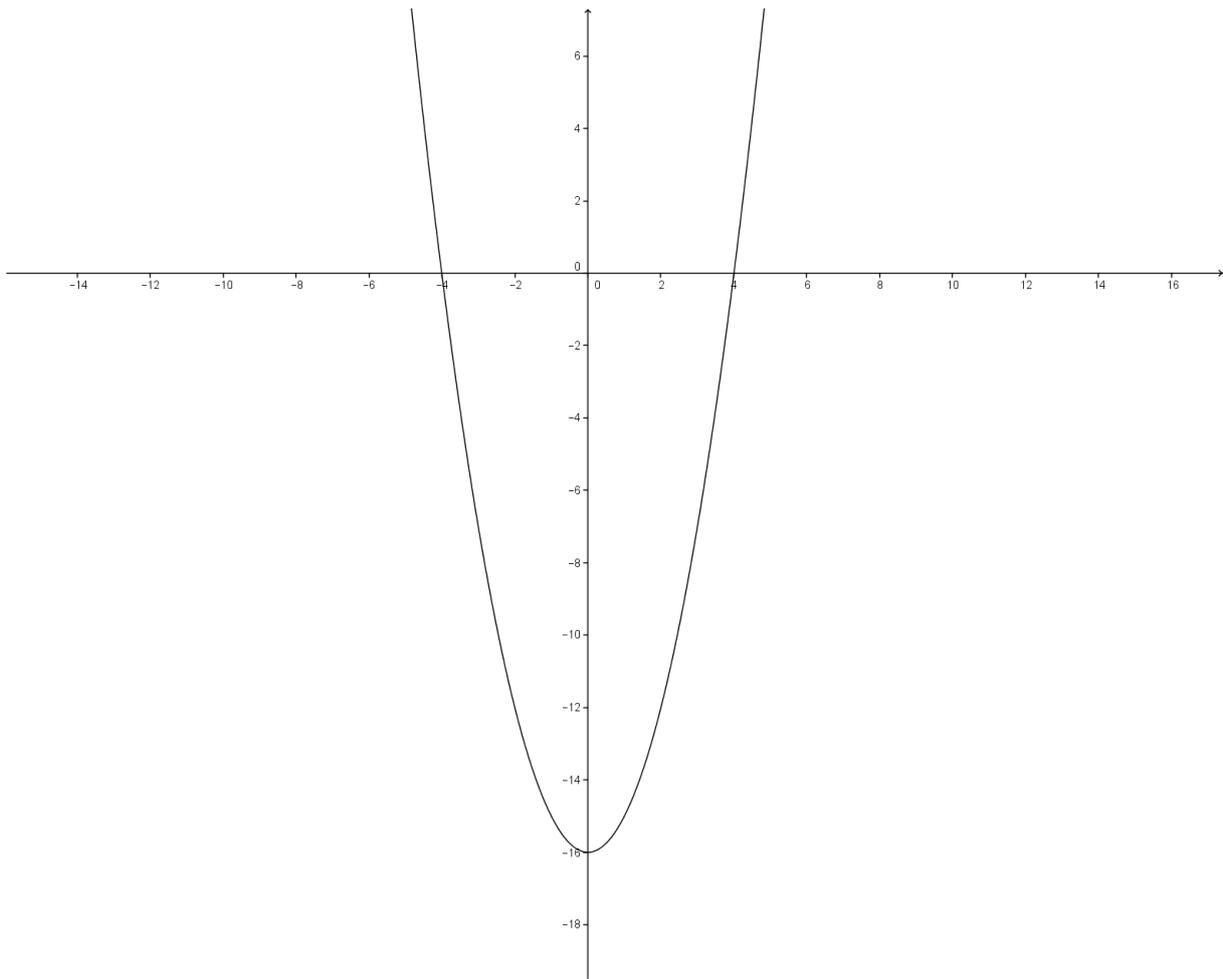
$$x^2 - 16 = 0$$

Schritt 2: Diese Gleichung kann man nun als quadratische Funktion auffassen.

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 16 = y$$

Schritt 3: Zeichnen der Funktion $y = x^2 - 16$



Schritt 4: Die Nullstellen der quadratischen Funktion sind die Lösungen der quadratischen Gleichung.

$$x_1 = +4 \quad x_2 = -4$$

$$L = \{-4; 4\}$$