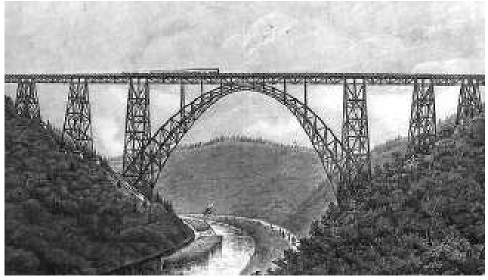
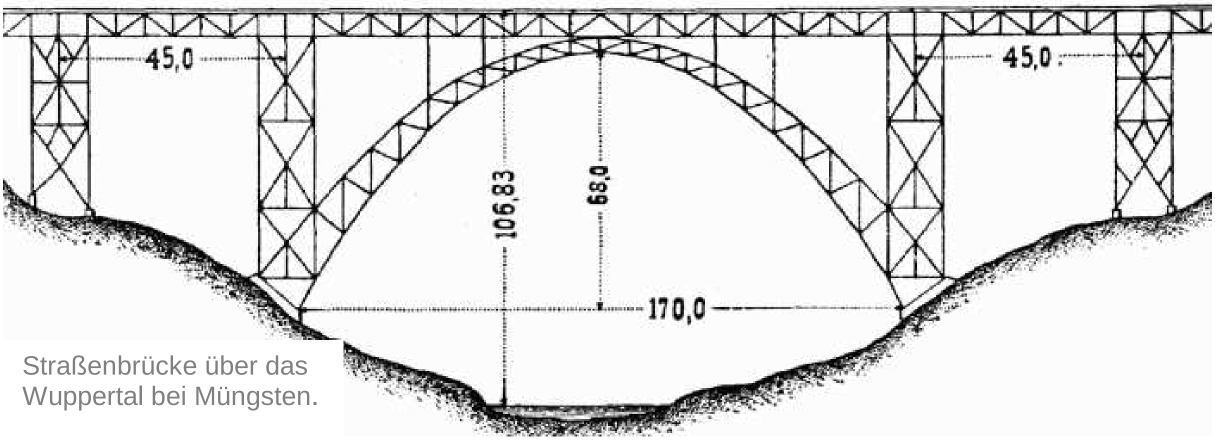
3. a) 2,6 | 10,4 | 23,4 | 41,6 | 65



Quadratische Funktionen – Anwendung: Brücken

1. Die Müngstener Brücke ist mit knapp 107 m Höhe auch heute noch die höchste Stahlgitterbrücke Deutschlands.
   Bestimme eine Funktion, die den 68 m hohen und 170 m langen (unteren) Parabelbogen beschreibt.



Straßenbrücke über das Wuppertal bei Müngsten.

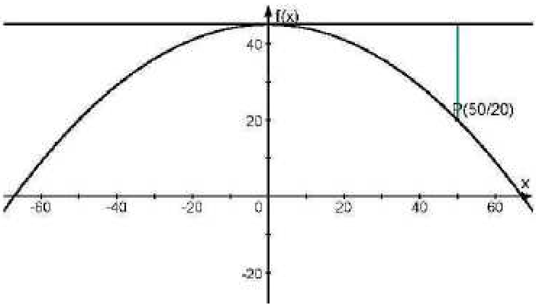
a) Zeichne in die Skizze oben ein geeignetes Koordinatenkreuz ein.

b) Wie groß ist die Spannweite des (unteren) Parabelbogens?

c) Entscheide, mit welcher Funktionsgleichung die Brücke beschrieben werden kann,
ist es: a) $y = ax^2$ b) $y = ax^2 + b$ c) $y = a(x + d)^2$ d) $y = a(x + d)^2 + e$

d) Überprüfe, ob es sich um eine Normalparabel handeln kann!

e) Liste die Stücke auf, mit denen der Faktor a der Funktionsgleichung berechnet werden kann.



2. Die Abbildung zeigt die Konstruktion einer Brücke, die eine Scheitelpunktshöhe von 45 m besitzt.
   Ein Punkt der Parabel ist P(50 | 20).
   a) Berechne die Länge der Spannweite der Brücke in Höhe der x-Achse.
   b) Wie hoch sind die Stützen bei x = 20 m, x = 30 m, x = 40 m und 60 m?

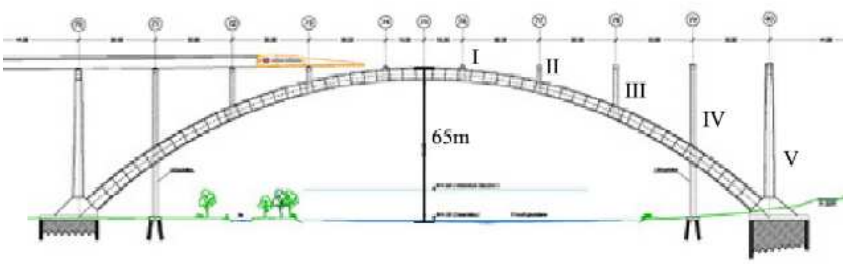
---

3. Froschgrundbrücke:

Ein Teil der Talbrücke „Froschgrundsee" (noch im Bau, Fertigstellung 2010) auf der ICE-Strecke von Nürnberg nach Erfurt wird in Form eines Parallelbogens über den Froschgrundsee führen. Die Spannweite der Brücke beträgt 270 m und ihre Höhe 65 m.

a) Zur Abstützung werden alle 27 m Stützpfeile errichtet. Wie lang sind die Stützpfeiler I bis V ?

b) Zeichne die x-Achse des Koordinatenkreuzes geeignet in eine eigene Skizze ein.



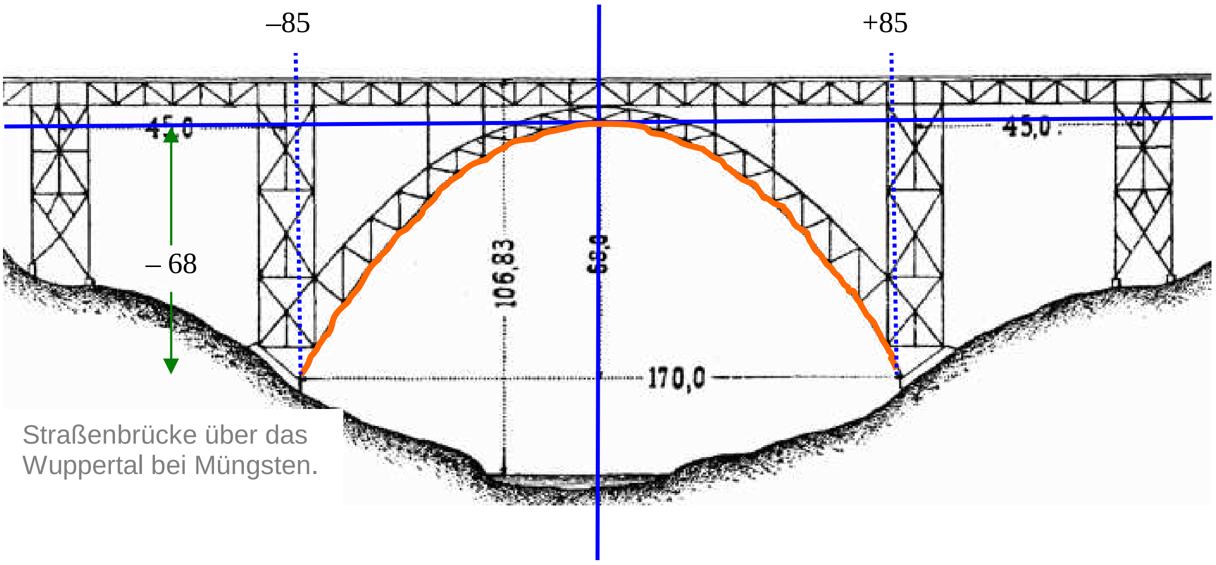
2.
a) 134,164
b) 4, 9, 16, (25), 36

1. a) Skizze
b) 170
c) y= ax²
d) y=-85²=7225, also nein!
Das Ergebnis müsste –68 sein!
e) a=–0,009411765

Quadratische Funktionen – Anwendung: Brücken – Lösungen

Lösung zu 1. :

a) Skizze:



Straßenbrücke über das Wuppertal bei Müngsten.

b) Die Spannweite der Brücke kann einfach abgelesen werden! → w = 170 m

c) Wir stellen fest: Der untere Brückenbogen ist eine nach unten geöffnete Parabel. Offensichtlich gestaucht. Der Scheitelpunkt liegt bei S (0 | 0).
Damit ist $y = a \cdot x^2$ (a kann positiv oder negativ werden.) die Funktionsgleichung, mit der die Parabel beschrieben werden kann .

d) *Nein*, es handelt sich *nicht* um eine Normalparabel mit der Funktionsgleichung
$y = (-1) \cdot x^2$, kurz $y = -x^2$

Denn, für $x = -85$ und für $x = +85$ ergibt sich der Funktionswert $y = -7225$.

1. $y = -x^2 \rightarrow y = -(-85^2) \rightarrow y = -7225$
2. $y = -x^2 \rightarrow y = -(+85^2) \rightarrow y = -7225$

Nach der obiger Skizze muss für $x = -85$ und für $x = +85$ der Funktionswert jedoch $y = -68$ sein. Dieser Wert stimmt mit -7225 nicht überein! Das ist ein Widerspruch. Also liegt keine nach unten geöffnete Normalparabel vor!

e) geg.: **x** = – 85 und **x** = + 85 ; **y** = – 68 ges.: **a**

Mit der Funktionsgleichung $y = a \cdot x^2$ muss aus $x = +85$ der y-Wert (– 68) berechnet werden. Bereits oben haben wir festgestellt, dass bei $a = -1$ der y-Wert (– 7225) das Ergebnis ist. Der richtige Faktor „a“ ist gesucht!

$y = a \cdot x^2$ → Daraus ergibt sich die Funktionsgleichung:

$-68 = a \cdot 85^2 \quad | : 85^2$

$y = -0{,}009411765 \cdot x^2$

$(-68) : 85^2 = a$

Probe:

$a = -0{,}009411765$

$y = -0{,}009411765 \cdot 85^2$

$y = -68$

ebenso für $x = -85$

$y = a \cdot x^2$

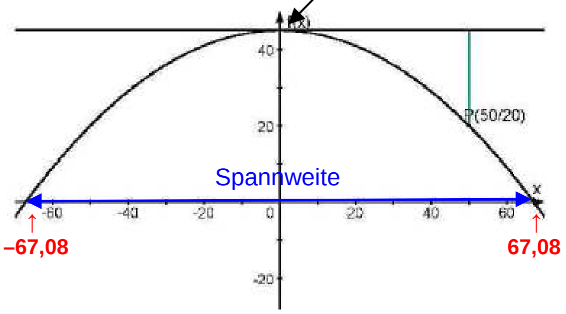
$-68 = a \cdot (-85)^2 \quad | : (-85)^2$

$(-68) : (-85)^2 = a$

$a = -0{,}009411765$

S(0 | 45)

Lösung zu 2. :



<u>Wir stellen fest:</u>

1. S (0 | 45) , dann ist $y = a \cdot x^2 + 45$!
   Die Parabel ist nach unten geöffnet.
   → a ist also negativ.
2. Für x = ? ist y = 0 !
   Geschätzt nach der Skizze ist
   für x ~ +69 u. x ~ – 69 der y-Wert = 0 .

3. geg.: Der Punkt P (50 | 20) der Funktion ist bekannt. ges.: **a**
Also: Wenn x = 50 dann ist y = 20! Berechnet mit $y = a \cdot x^2 + 45$.
Die Werte setzen wir in die Funktionsgleichung $y = a \cdot x^2 + 45$ ein.

$$20 = a \cdot 50^2 + 45 \quad | -45$$

$$-25 = a \cdot 50^2 \quad | : 50^2$$

$$-25 : 50^2 = a$$

$$a = -0{,}01$$

→ Daraus ergibt sich die Funktionsgleichung: $y = -0{,}01 \cdot x^2 + 45$

Mit der gefundenen Funktionsgleichung kann jetzt die Spannweite berechnet werden.

$$y = -0{,}01 \cdot x^2 + 45$$

Wir suchen x-Werte für die y = 0 wird!
(Geschätzt hatten wir für x ~ +69 u. x ~ – 69 ist der y-Wert = 0)
Wir setzen dazu für y = 0 ein u. stellen lösen nach x auf.

$$0 = -0{,}01 \cdot x^2 + 45 \quad | -45$$

$$-45 = -0{,}01 \cdot x^2 \quad | : (-0{,}01)$$

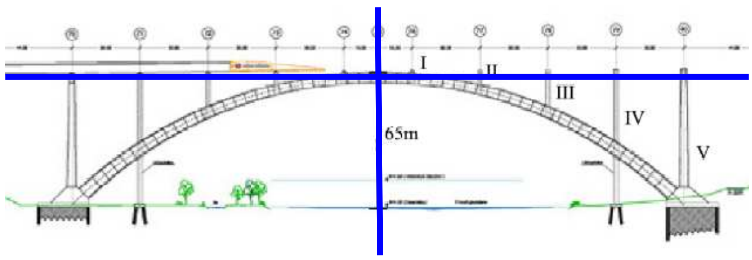
$$-45 : (-0{,}01) = x^2 \quad | \sqrt{}$$

$$x_1 = 67{,}08203932 \qquad x_2 = -67{,}08203932$$

Die Brücke ist dann 2 mal 67,08203932 m lang. Also ~ 134,16 m.

Lösung zu 3. :

geg.: w = 270 → x = 135 , y = –65



$$y = a \cdot x^2$$

$$-65 = a \cdot 135^2 \quad | : 135^2$$

$$(-65) : 135^2 = a$$

$$a = -0{,}003566529 \quad \rightarrow \quad y = -0{,}003566529 \cdot x^2$$

Werte in Gleichung einsetzen und berechnen :
27 → 2,6 , 54 → 10,4 , 81 → 23,4 , 108 → 41,6 , 135 → 65