

Parabeln der Form $y = (x + b)^2$

Fall I: $b > 0$

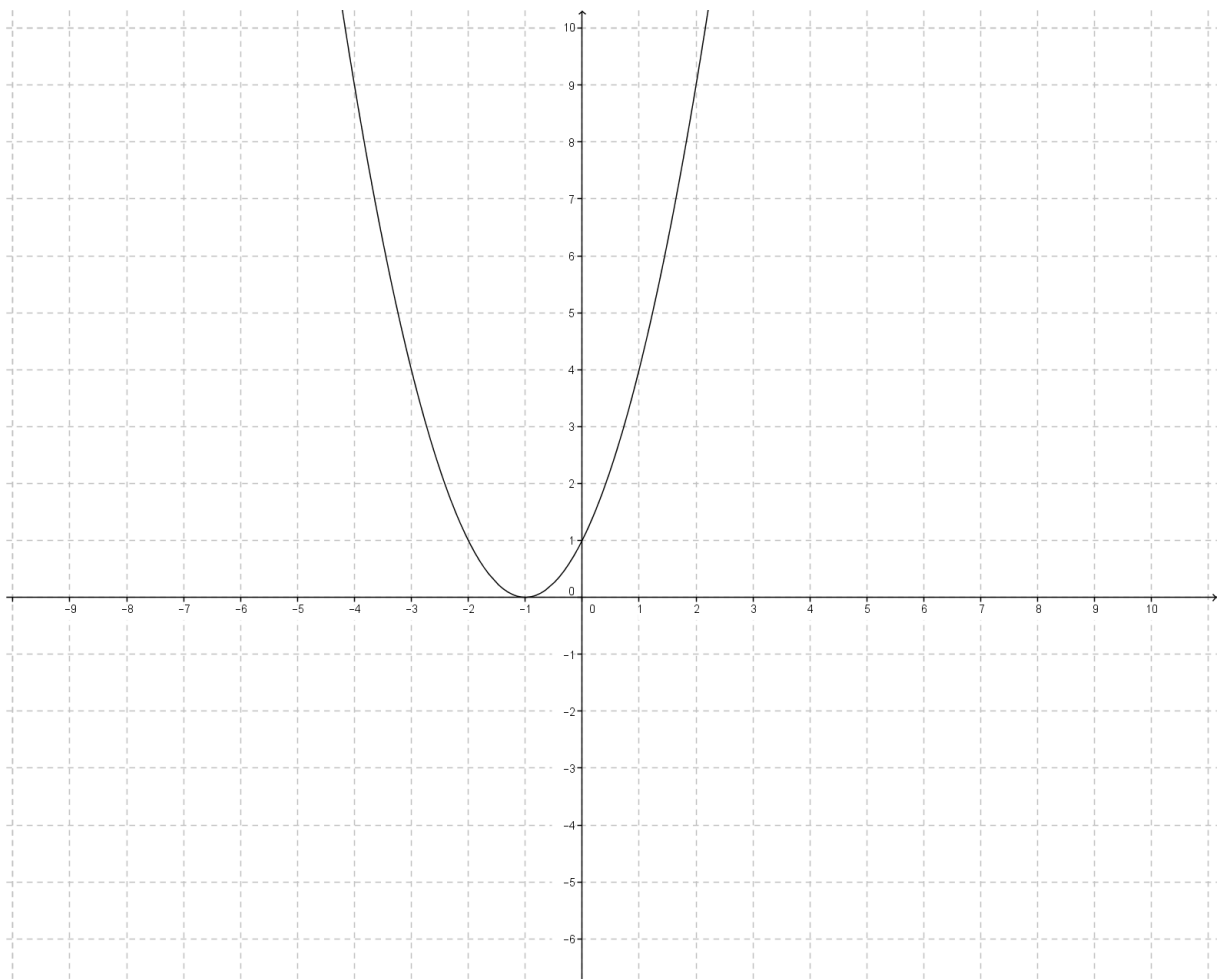
Beispiel 1:

Funktionsgleichung: $y = (x + 1)^2$

Wertetabelle:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Darstellung als Graph:



Es handelt sich um eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(-1|0)$.

Die Parabel wurde also vom Ursprung aus **um 1 Einheit nach links geschoben**.

Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel:

$(x + 1)^2 = y$ Da der Scheitelpunkt der Parabel auf der x-Achse liegt, ist $y = 0$

Also gilt:

$(x + 1)^2 = 0$ Anwendung der 1. binomischen Formel

$x^2 + 2x + 1 = 0$ Anwendung der p,q-Formel

$x^2 + px + q = 0$ ($p=2, q=1$)

$$\begin{aligned}x_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 1} \\ &= -1 \pm \sqrt{(1)^2 - 1} \\ &= -1 \pm \sqrt{(1)^2 - 1} \\ &= -1\end{aligned}$$

Lösung: Die Parabel hat die Scheitelpunkt-Koordinaten $S(-1|0)$

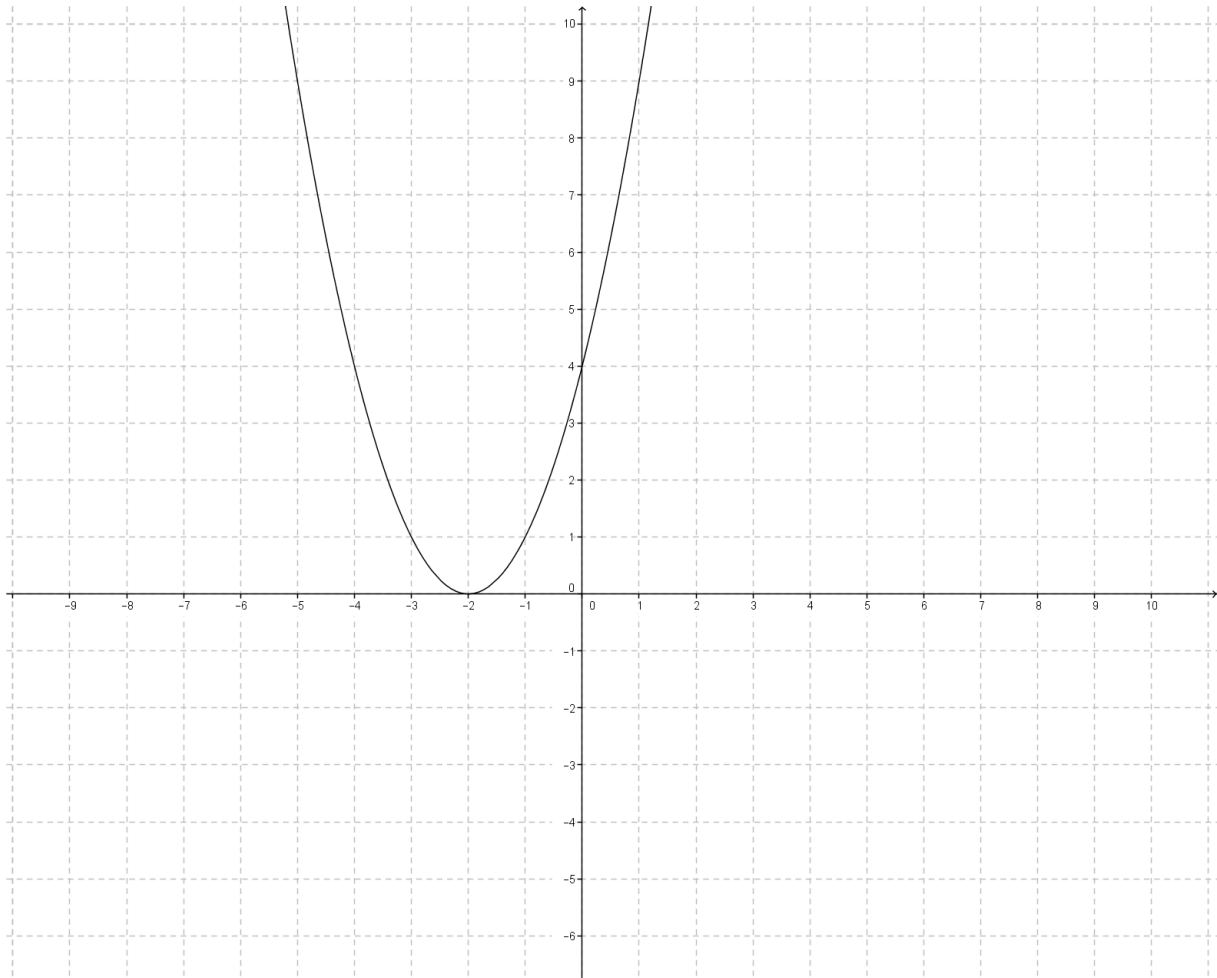
Beispiel 2:

Funktionsgleichung: $y = (x + 2)^2$

Wertetabelle:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	9	4	1	0	1	4	9

Darstellung als Graph:



Es handelt sich um eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(-2|0)$.

Die Parabel wurde also vom Ursprung aus **um 2 Einheiten nach links geschoben**.

Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel:

$(x + 2)^2 = y$ Da der Scheitelpunkt der Parabel auf der x-Achse liegt, ist $y = 0$

Also gilt:

$(x + 2)^2 = 0$ Anwendung der 1. binomischen Formel

$x^2 + 4x + 4 = 0$ Anwendung der p,q-Formel

$x^2 + px + q = 0$ (p=4, q=4)

$$\begin{aligned}x_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\&= -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4} \\&= -2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4} \\&= -2 \pm \sqrt{4 - 4} \\&= -2\end{aligned}$$

Lösung: Die Parabel hat die Scheitelpunkt-Koordinaten S(-2|0)

Fall II: $b < 0$

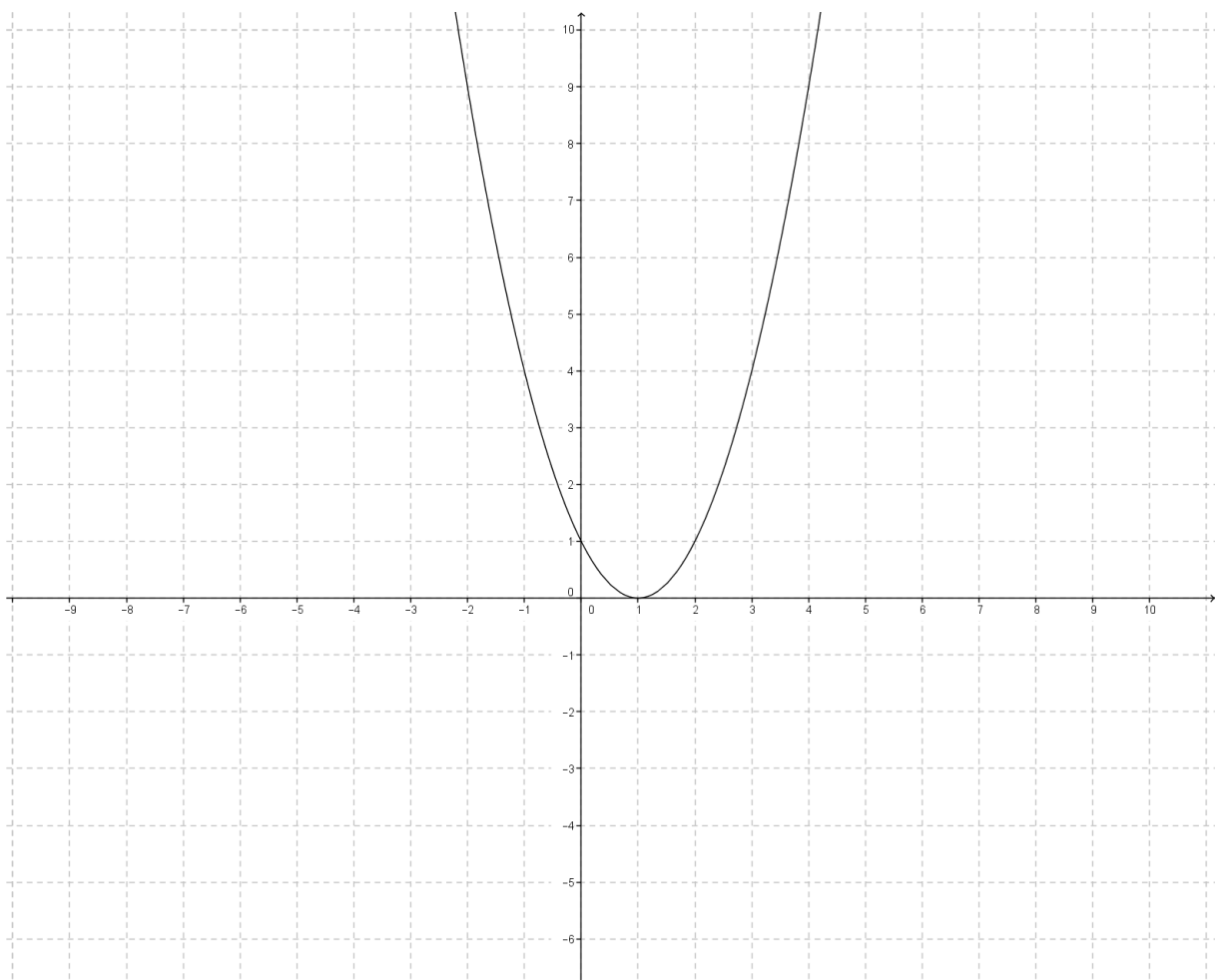
Beispiel 1:

Funktionsgleichung: $y = (x - 1)^2$

Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Darstellung als Graph:



Es handelt sich um eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(1|0)$.

Die Parabel wurde also vom Ursprung aus **um 1 Einheit nach rechts geschoben**.

Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel:

$(x - 1)^2 = y$ Da der Scheitelpunkt der Parabel auf der x-Achse liegt, ist $y = 0$

Also gilt:

$(x - 1)^2 = 0$ Anwendung der 2. binomischen Formel

$x^2 - 2x + 1 = 0$ Anwendung der p,q-Formel
 $x^2 + px + q = 0$ (p=-2, q=1)

$$\begin{aligned}x_{1/2} &= -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 1} \\ &= -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1} \\ &= +1 \pm \sqrt{1 - 1} \\ &= 1 \pm \sqrt{0} \\ &= 1\end{aligned}$$

Lösung: Die Parabel hat die Scheitelpunkt-Koordinaten S(1|0)

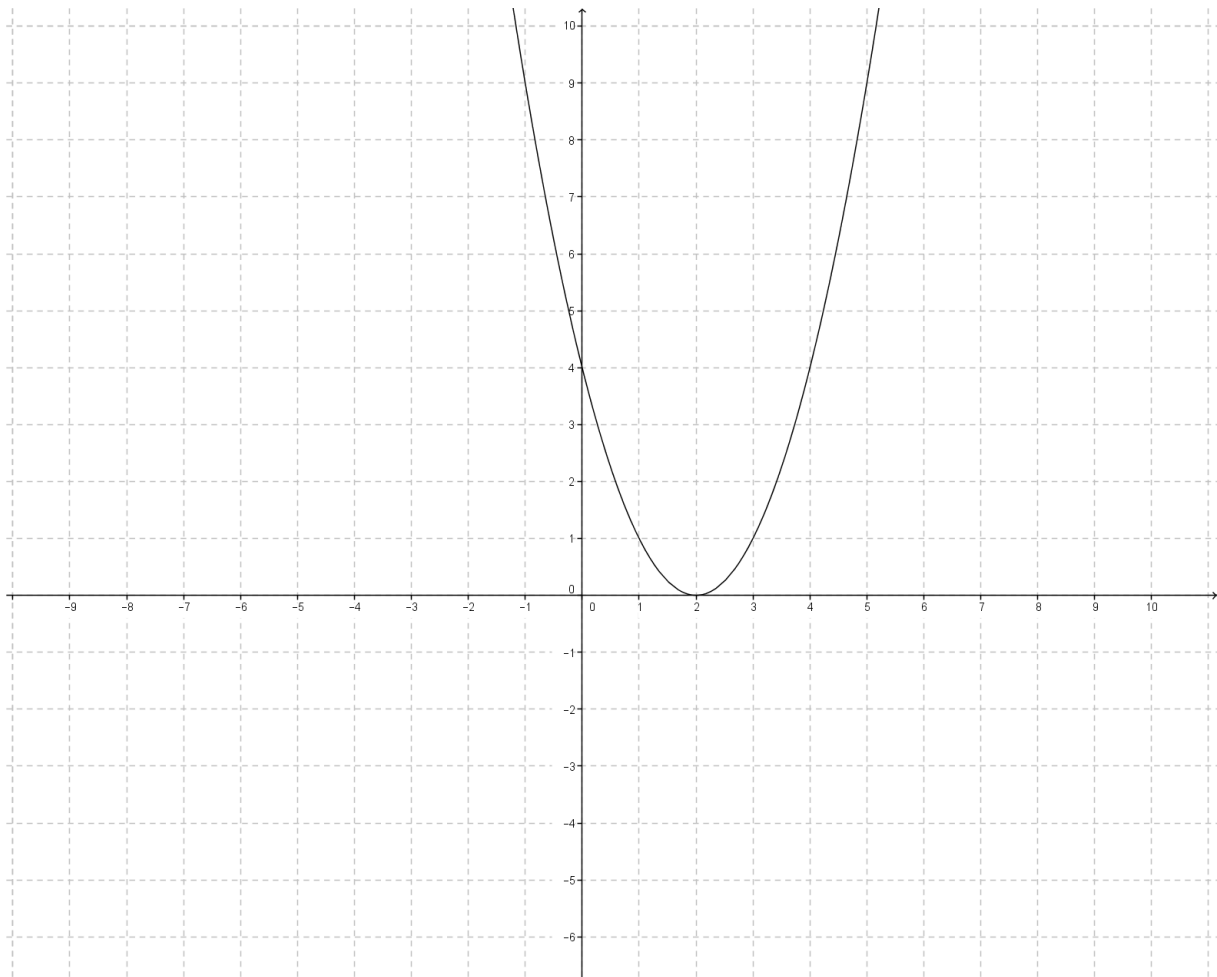
Beispiel 2:

Funktionsgleichung: $y = (x - 2)^2$

Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Darstellung als Graph:



Es handelt sich um eine Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(2|0)$.

Die Parabel wurde also vom Ursprung aus **um 2 Einheiten nach rechts geschoben**.

Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel:

$(x - 2)^2 = y$ Da der Scheitelpunkt der Parabel auf der x-Achse liegt, ist $y = 0$

Also gilt:

$(x - 2)^2 = 0$ Anwendung der 2. binomischen Formel

$x^2 - 4x + 4 = 0$ Anwendung der p,q-Formel

$x^2 + px + q = 0$ ($p=-4, q=4$)

$$\begin{aligned}x_{1/2} &= -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4} \\ &= -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4} \\ &= +2 \pm \sqrt{4 - 4} \\ &= 2 \pm \sqrt{0} \\ &= 2\end{aligned}$$

Lösung: Die Parabel hat die Scheitelpunkt-Koordinaten $S(2|0)$

Merksatz:

Wenn $b > 0$, dann wird die Parabel um b Einheiten vom Ursprung aus nach links verschoben.

Wenn $b < 0$, dann wird die Parabel um b Einheiten vom Ursprung aus nach rechts verschoben.

Parabeln der Form $y = a(x + b)^2$

Fall I: $a > 0$

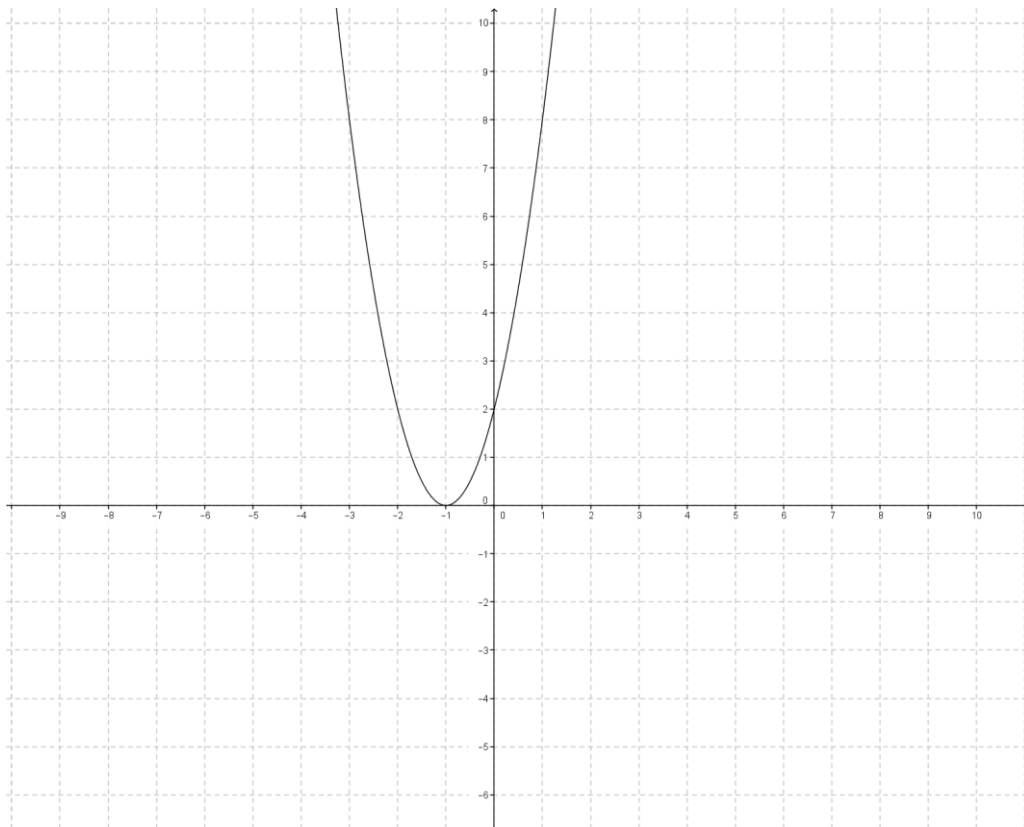
Beispiel 1:

Funktionsgleichung: $y = 2(x + 1)^2$

Wertetabelle:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	32	18	8	2	0	2	8	18	32

Darstellung als Graph:



Es handelt sich um eine nach oben geöffnete um den Faktor $a = 2$ gestreckte Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(-1|0)$.

Fall I: $a < 0$

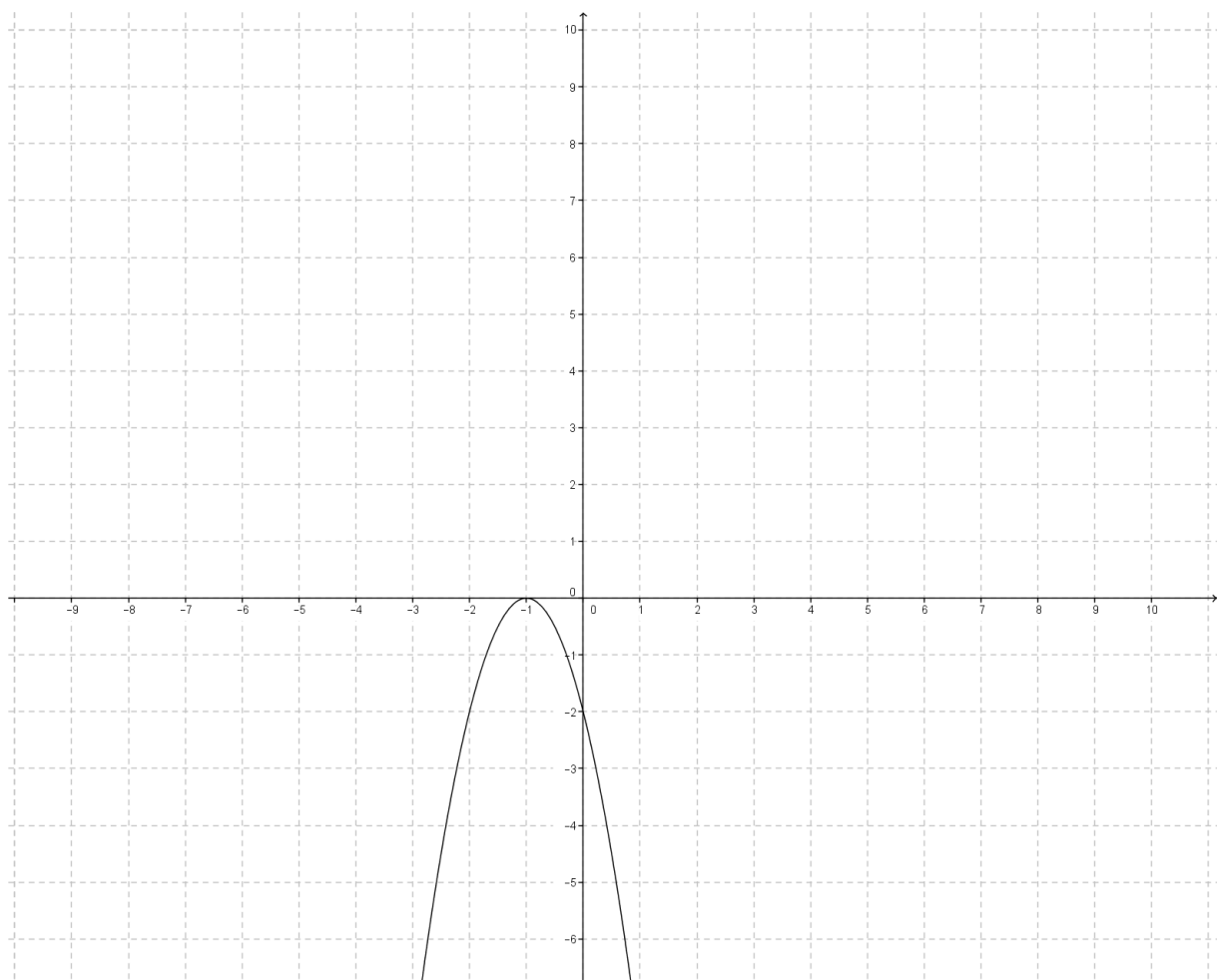
Beispiel 1:

Funktionsgleichung: $y = -2(x + 1)^2$

Wertetabelle:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-32	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18	-32

Darstellung als Graph:



Es handelt sich um eine nach unten geöffnete um den Faktor $a = -2$ gestreckte Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(-1|0)$.