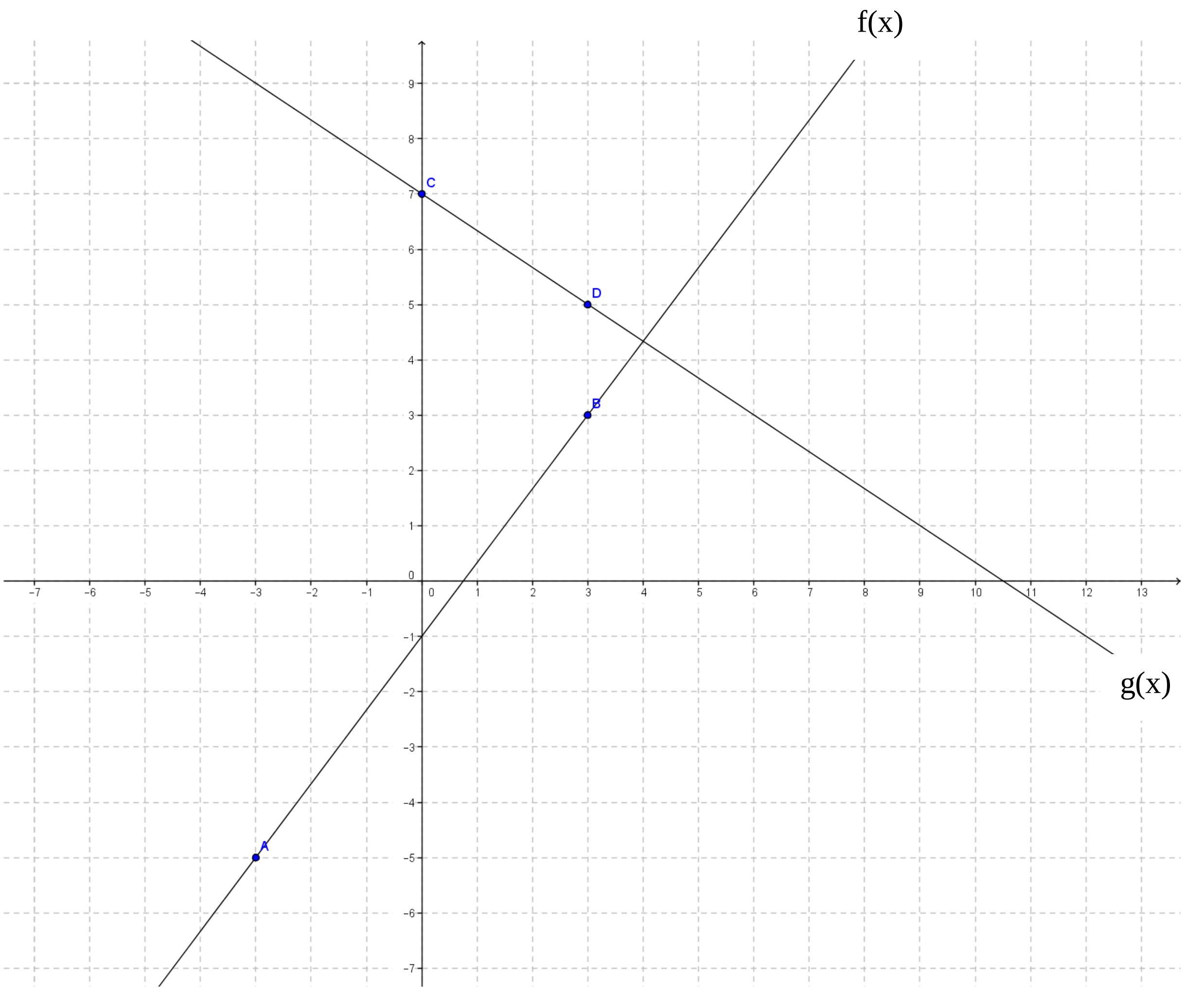
Wenn sich Parabeln und Geraden schneiden-
Wir bestimmen die Schnittpunkte

1. Schnittpunkt von zwei Geraden

1a) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden f(x), die durch die Punkte P_1(-3|-5) und P_2(3|3) verläuft.
1b) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden g(x), die durch die Punkte P_3(0|7) und P_4(3|5) verläuft.
1c) Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

zu 1a) und 1b) Geraden in einem Koordinatensystem einzeichnen:



f(x): Steigung m = $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ y-Achsenabschnitt b = -1 Funktionsgleichung y= $\frac{4}{3}$x -1
g(x): Steigung m = $\frac{x}{y} = -\frac{2}{3}$ y-Achsenabschnitt b = 7 Funktionsgleichung y= $-\frac{2}{3}$x + 7

zu 1c) Schnittpunkt der beiden Geraden berechnen:

Gleichungssystem

I $\quad y= \frac{4}{3}x - 1$

II $\quad y= -\frac{2}{3}x + 7$

Schnittpunkt S über das Gleichsetzungsverfahren bestimmen

$$\frac{4}{3}x - 1 = -\frac{2}{3}x + 7 \qquad | + \frac{2}{3}x$$

$$\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x - 1 = 7 \qquad | +1$$

$$\frac{6}{3}x = 8$$

$$2x = 8 \qquad | :2$$

$$\underline{x = 4}$$

x in 1 einsetzen

$y= \frac{4}{3}\ x \quad - 1$

$y= \frac{4}{3} \cdot 4 \ \ - 1$

$y= \frac{16}{3} \ - 1$

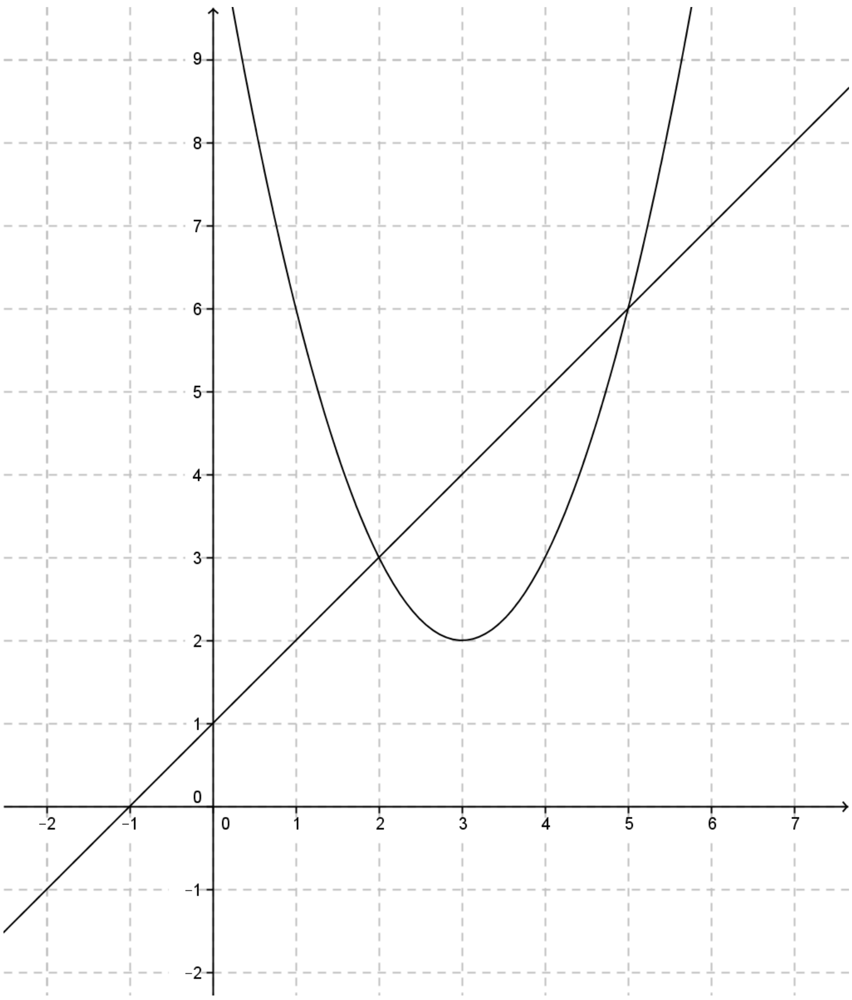
$\underline{y \approx 4{,}3}$

Ergebnis: Der Schnittpunkt hat die Koordinaten S(4|4,3)

2. Schnittpunkte von einer Geraden und einer Parabel

1a) Zeichne eine Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = (x - 3)^2 + 2$.
1b) Zeichne die Gerade g(x) mit der Funktionsgleichung $g(x) = x + 1$.
1c) Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden.

zu 1a) und 1b) Gerade und Parabel in einem Koordinatensystem einzeichnen



zu 1c) Schnittpunkte der Geraden mit der Parabel berechnen:

Gleichungssystem

I $\quad y = (x - 3)^2 + 2$

II $\quad y = x + 1$

Schnittpunkt S über das Gleichsetzungsverfahren bestimmen

$(x - 3)^2 + 2 = x + 1$

$x^2 - 6x + 9 + 2 = x + 1 \quad |-x$

$x^2 - 7x + 11 = 1 \quad |-1$

$x^2 - 7x + 10 = 0$ Gemischt quadratische Gleichung

Normalform: $x^2 + px + q = 0$

$p = -7$ und $q = 10$

Lösen der gemischt quadratischen Gleichung mit Hilfe der p,q-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$

$$= -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 - 10}$$

$$= 3{,}5 \pm \sqrt{(-3{,}5)^2 - 10}$$

$$= 3{,}5 \pm \sqrt{12{,}25 - 10}$$

$$= 3{,}5 \pm \sqrt{2.25}$$

$$= 3{,}5 \pm 1{,}5$$

$x_1 = 5$ und $x_2 = 2$

Schnittpunkt S_1 bestimmen (Einsetzen von x_1 in II):

$y= x + 1$

$y= 5 + 1$

$y= 6$

Ergebnis: Der Schnittpunkt S_1 hat die Koordinaten S(5|6).

Schnittpunkt S_2 bestimmen (Einsetzen von x_2 in II):

$y= x + 1$

$y= 2 + 1$

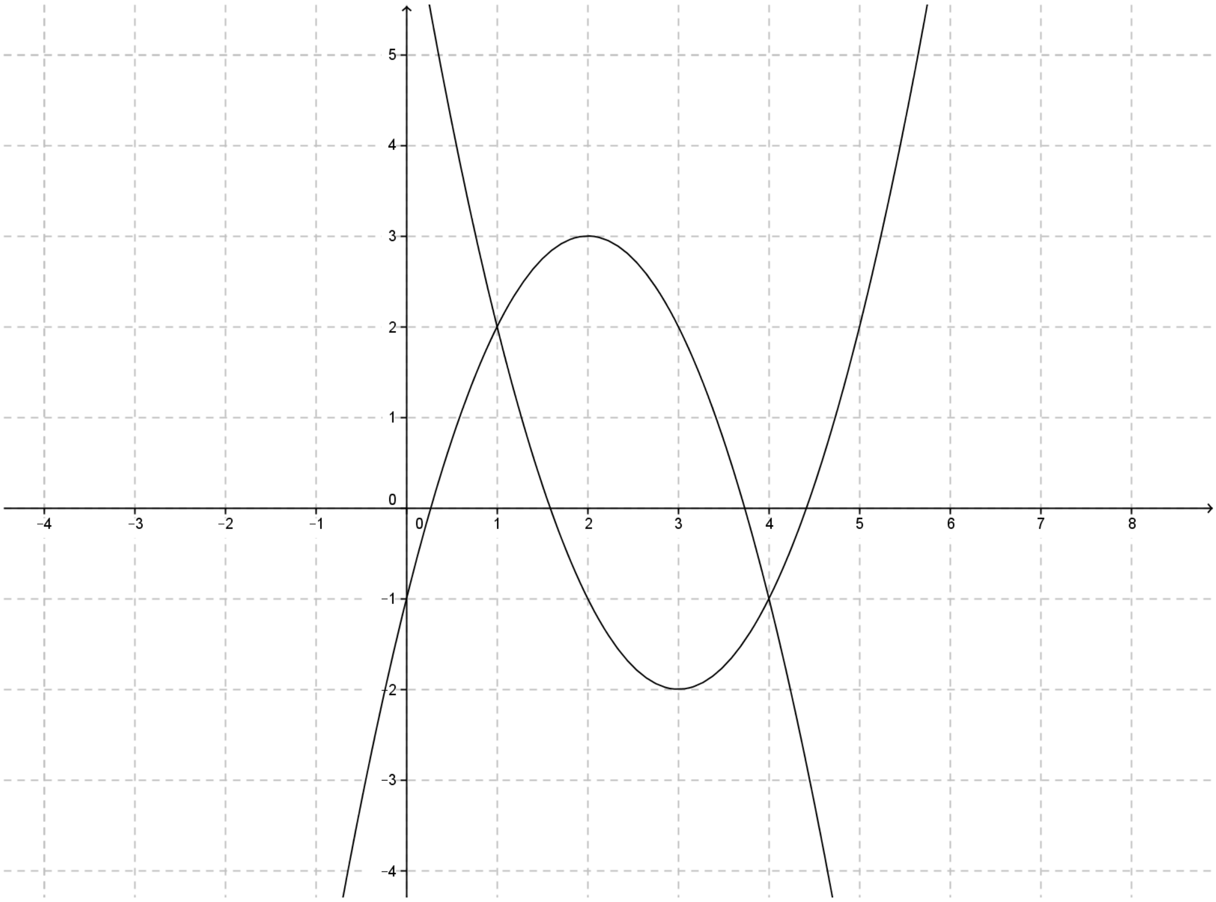
$y= 3$

Ergebnis: Der Schnittpunkt S_2 hat die Koordinaten S(2|3).

3. Schnittpunkte von zwei Parabeln bestimmen

1a) Zeichne eine Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = (x - 3)^2 - 2$.
1b) Zeichne eine Parabel mit der Funktionsgleichung $g(x) = -(x - 2)^2 + 3$
1c) Berechne die Schnittpunkte von f(x) und g(x).

zu 1a) und 1b) Beide Parabeln in einem Koordinatensystem einzeichnen



zu 1c) Schnittpunkte der Parabeln berechnen:

Gleichungssystem

I $\quad y = (x - 3)^2 - 2$

II $\quad y = -(x - 2)^2 + 3$

Schnittpunkt S über das Gleichsetzungsverfahren bestimmen

$(x - 3)^2 - 2$	$= -(x - 2)^2 + 3$	
$x^2 - 6x + 9 - 2$	$= -(x^2 - 4x + 4) + 3$	
$x^2 - 6x + 7$	$= -1 \cdot (x^2 - 4x + 4) + 3$	Distributivgesetz
$x^2 - 6x + 7$	$= --x^2 + 4x - 4 + 3$	
$x^2 - 6x + 7$	$= --x^2 + 4x - 1$	$\mid - 4x$
$x^2 - 10x + 7$	$= --x^2 -1$	$\mid + x^2 \quad \mid +1$
$2x^2 - 10x + 8$	$= 0$	$\mid : 2$
$\frac{2x^2 - 10x + 8}{2}$	$= \frac{0}{2}$	
$\frac{2 \cdot (x^2 - 5x + 4)}{2}$	$= 0$	Distributivgesetz
$x^2 - 5x + 4 = 0$		Gemischt quadratische Gleichung
		Normalform: $x^2 + px + q = 0$

$p = -5$ und $q = 4$

Lösen der gemischt quadratischen Gleichung mit Hilfe der p,q-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$

$$= -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= 2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 4}$$

$$= 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$$

$$= 2{,}5 \pm \sqrt{2.25}$$

$$= 2{,}5 \pm 1{,}5$$

$x_1 = 4$ und $x_2 = 1$

Schnittpunkt S_1 bestimmen (Einsetzen von x_1 in I):

y= (x – 3)² - 2

y= (4 – 3)² - 2

y= -1

Ergebnis: Der Schnittpunkt S_1 hat die Koordinaten S(4|-1).

Schnittpunkt S_2 bestimmen (Einsetzen von x_2 in I):

y= (x – 3)² - 2

y= (1 – 3)² - 2

y= 4 – 2

y = 2

Ergebnis: Der Schnittpunkt S_2 hat die Koordinaten S(1|2).